101. *Ein Hauptidealsatz relativ-Galoisscher Zahlkörper und ein Satz über den Normenrest.*

Von Tadao TANNAKA.

Mathematisches Institut, Tohoku Kaiserlichen Universität, Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Oct. 12, 1933.)

Der allgameine Hauptidealsatz:

Im Strahlklassenkörper K mod. $\mathfrak{f}$ fallen alle (zu den Führer von K/k primen) Ideale im Grundkörper k in den Strahl mod. $\mathfrak{F}(K/k)$ wurde zuerst von Herrn Iyanaga, als eine Verallgemeinerung des Furtwänglerschen Hauptidealsatzes, bewiesen, und nachher von J. Herbrand[1] vereinfacht. Wenn man die Definitionen des (nicht notwendig in k liegenden) Führers $\mathfrak{f}(K/k)$ und Geschlechtsmoduls $\mathfrak{F}(K/k)$ auf den beliebigen relativ-algebraischen Zahlkörper K/k naturgemäss verallgemeinert, so kann man den Iyanagaschen Hauptidealsatz folgendermassen erweitern:

Satz A. Es sei K/k ein relativ-Galoisscher Zahlkörper und m die Anzahl der Strahlklassen mod. $\mathfrak{f}(K/k)$, welche in K mod. $\mathfrak{f}(K/k)$ zugeordnete Idealgruppe in k enthalten sind. Alle zu $\mathfrak{f}(K/k)$ primen Ideale in k, welche mod. $\mathfrak{f}(K/k)$ zu m prime Ordnung haben, fallen dann in K in den Strahl mod. $\mathfrak{F}(K/k)$.

Wir können auch den folgenden Satz beweisen:

Satz B. Es sei K/k ein beliebiger relativ-algebraischer Zahlkörper, und liege das Ideal $\mathfrak{m}=\mathfrak{M}_0\mathfrak{f}(K/k)$ in k. Dann fallen alle Strahlideale mod. $\mathfrak{M}_0\mathfrak{F}(K/k)$ in K bei der Normbildung in den Strahl mod. $\mathfrak{m}$.

Die genaue Werte der Ideale $\mathfrak{f}(K/k)$ und $\mathfrak{F}(K/k)$ sind wie folgt bestimmt: Es sei $\overline{K}$ der durch K erzeugte Galoissche Körper (mit der Gruppe G) über k; g zu K gehörige Untergruppe von G; $\overline{\mathfrak{P}}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{p}$ die entsprechenden Primideale in bez. $\overline{K}, K, k$; G_i $(i\geqq 1)$ die $(i-1)$–te Verzweigungsgruppe von $\overline{\mathfrak{P}}$ für $\overline{K}/k$ (insbesondere ist also G_1 die Trägheitsgruppe von $\overline{\mathfrak{P}}$). Die $\overline{\mathfrak{P}}$-Beitrag der betreffenden Ideale sind dann durch die Formeln

$$\text{Exp. } \mathfrak{f}_{\overline{\mathfrak{P}}}(K/k)=\sum_{G_i \not\subset g}\text{Ordn. } G_i$$

---

1) J. Herbrand: Sur les théorèmes du genre principal et des idéaux principaux. Abh. Math. Sem. Hamburg, **9** (1932).

und

$$\text{Exp. } \mathfrak{F}_{\overline{\mathfrak{P}}}(K/k) = \sum_{G_i \in g} \text{Ordn. } [G_i, g]$$

gegeben.

Diese Sätze sind, bis auf einige kleinen Überlegungen, durch Herbrandsche Methode beweisbar.