

BEWEIS EINES SATZES VON ALPERIN UND KUO TZEE-NAN

VON
ALBRECHT BRANDIS

Kürzlich wurde von J. L. ALPERIN und KUO TZEE-NAN [1] der folgende Satz bewiesen:

Sei G eine endliche Gruppe, G' die Kommutatorgruppe, $Z(G)$ das Zentrum von G und $\bar{G} = G/(G' \cap Z(G))$, dann gilt

$$(1) \quad \exp(G' \cap Z(G)) \exp \bar{G} \mid \mid \bar{G} \mid.$$

Dieser Satz hat Anwendungen in der Theorie der projektiven Darstellungen und wird in der genannten Arbeit mit kohomologischen Methoden bewiesen. Hier soll ein einfacher gruppentheoretischer Beweis angegeben werden. Wir beweisen (1) unter der etwas allgemeineren Voraussetzung, daß $\bar{G} = G/U$, wobei U eine beliebige Untergruppe von $Z(G)$ ist.

Beweis. Sei $U \cong A \cong G$, $A' = 1$ und $[G:A] = n$. Für die Verlagerung $V_{G \rightarrow A}(x)$ von G nach A gilt dann, sofern x aus $G' \cap Z(G)$ ist:

$$V_{G \rightarrow A}(x) = 1 \quad \text{denn } x \in G' \quad \text{und} \quad A' = 1$$

$$V_{G \rightarrow A}(x) = x^n \quad \text{denn } x \in Z(G).$$

Also $x^n = 1$ und $\exp(G' \cap Z(G)) \mid [G:A] = [\bar{G}:\bar{A}]$. Daher gilt

$$\exp(G' \cap Z(G)) \cdot \mid \bar{A} \mid \mid \mid \bar{G} \mid.$$

Dies gilt insbesondere für alle zyklischen Untergruppen \bar{A} von \bar{G} . Damit ist der Satz bewiesen.

LITERATUR

1. J. L. ALPERIN AND KUO TZEE-NAN, *The exponent and the projective representations of a finite group*, Illinois J. Math., vol. 11 (1967), pp. 410–414.

UNIVERSITY OF HEIDELBERG
HEIDELBERG, GERMANY

Received August 25, 1968.