

### Fac-similé d'une lettre d'Abel.

Nous publions ici en fac-similé la dernière page d'un manuscrit d'ABEL composé de quatre pages et contenant le mémoire: *Notes sur quelques formules elliptiques* (voir CRELLE, t. 4, p. 85—93, HOLMBOE, t. 1, p. 299—308, SYLOW et LIE, t. 1, p. 466—477).

La lettre est absolument inédite. Les annotations d'une écriture qui n'est pas celle d'ABEL sont de la main de CRELLE.

Le manuscrit de même que celui que nous avons publié au tome 26 de ce journal fait partie de la collection MANZONI. Dans le catalogue de vente, il porte le numéro 3 et il y est indiqué qu'il a appartenu à la collection Libri. La date 25 septembre 1828 a été supprimée par CRELLE. La raison a dû en être que le § 1 du second mémoire *Recherches sur les fonctions elliptiques*, publié sous le titre *Théorèmes sur les fonctions elliptiques* et portant la date 27 août 1828, n'a paru que dans le cahier qui suit celui où ont paru les *Notes*. La lettre semble d'un très grand intérêt en raison de ses indications sur les derniers mois de la vie d'ABEL.

---

On pourra ajouter qu'on aura en un seul temps

$$48... E(c, \theta') = k \sqrt{\mu} E(c, \theta)$$

où k est un autre nombre rationnel. — Par là on aura immédiatement ce théorème

Si l'équation différentielle

$$49... \frac{dy}{\sqrt{A - B.y^2 + C.y^4}} = a \frac{dx}{\sqrt{A + B.x^2 + C.x^4}}$$

est intégrable algébriquement, faut nécessairement que le coefficient a soit égal à la racine carrée d'un nombre rationnel est positif, en supposant que les quantités

A, B, C, a soient réelles; et si a a cette forme on pourra trouver une infinité de valeurs convenables pour A, B, C.

Now, fini terminerons ces remarques par la démonstration d'une formule curieuse qu'on pourra tirer de l'équation (20)

$$(1+r)(1+r^3)(1+r^5)\dots = \text{Er. } \frac{r^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{3c}}$$

En y changeant c en b, b se changera en c et r en q donc

$$(1+q)(1+q^3)(1+q^5)\dots = \text{Er. } \frac{q^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{3c}}$$

En comparant ces formules on voit que l'équation

$$50... \frac{1}{r^{\frac{2}{3}}} (1+r)(1+r^3)(1+r^5)\dots = \frac{1}{q^{\frac{2}{3}}} (1+q)(1+q^3)(1+q^5)\dots$$

toutes les fois que les quantités r et q sont moindres que l'unité et liés entre elles par l'équation

$$\log r \cdot \log q = \pi^2$$

Il existe un grand nombre de relations semblables entre r et q, mais celle-ci paraît être la plus simple et c'est la suivante par exemple la suivante:

$$\sqrt[3]{\log \frac{1}{r}} \cdot \left(\frac{1}{2} + r + r^4 + r^9 + r^{16} + \dots\right) = \sqrt[3]{\log \frac{1}{q}} \cdot \left(\frac{1}{2} + q + q^4 + q^9 + q^{16} + \dots\right)$$

qui est due à M. Cauchy (Exercices de Mathématiques).

On pourra la déduire de la formule

$$\sqrt{\frac{a}{x}} = 1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \dots$$

donnée par M. Jacobi en y changeant c en b.

Christiania le 25 Sept. 1828

17/10 28

Wenn lieber brief von 10 d. habe ich vor mir liegen und auch ichun davor nicht sitz. so hat mir ein so kind gemacht als ich nicht so bald Antwort schreiben konnte. — Ich habe schon sehr geschrieben aber ich wollte gerne die Gelegenheit zur Handlung eines kleinen Aufsatzes benutzen. — Das die Lösung wegen meines beschränkten Platzes nicht ist, kann man nachsehen. — Ich habe auch schon sehr geschrieben aber ich habe nicht so bald etwas abgemacht, es mag sein, dass ich davon in brüder zu sitzen so bald möglich, denn man hat nicht dort auch Mühe zu sein so bald ich davon bedacht haben würde das man hier zu lesen, allein ich habe kein Zeit dazu als ich mich nicht so gut. — Die Litteratur, die man hier hat, ist sehr reichhaltig und ich habe schon sehr davon gelesen. — Die Litteratur, die man hier hat, ist sehr reichhaltig und ich habe schon sehr davon gelesen. — Die Litteratur, die man hier hat, ist sehr reichhaltig und ich habe schon sehr davon gelesen.

Wenn ich lieber brief von 10 d. habe ich vor mir liegen und auch ichun davor nicht sitz. so hat mir ein so kind gemacht als ich nicht so bald Antwort schreiben konnte. — Ich habe schon sehr geschrieben aber ich wollte gerne die Gelegenheit zur Handlung eines kleinen Aufsatzes benutzen. — Das die Lösung wegen meines beschränkten Platzes nicht ist, kann man nachsehen. — Ich habe auch schon sehr geschrieben aber ich habe nicht so bald etwas abgemacht, es mag sein, dass ich davon in brüder zu sitzen so bald möglich, denn man hat nicht dort auch Mühe zu sein so bald ich davon bedacht haben würde das man hier zu lesen, allein ich habe kein Zeit dazu als ich mich nicht so gut. — Die Litteratur, die man hier hat, ist sehr reichhaltig und ich habe schon sehr davon gelesen. — Die Litteratur, die man hier hat, ist sehr reichhaltig und ich habe schon sehr davon gelesen. — Die Litteratur, die man hier hat, ist sehr reichhaltig und ich habe schon sehr davon gelesen.