

SEINE MAJESTÄT KÖNIG OSCAR II haben, in dem Wunsche einen neuen Beweis des Interesses zu geben, welches ALLERHÖCHSTDIESELBE für die Entwicklung der mathematischen Wissenschaften hegen und durch die Förderung der Herausgabe der *Acta Mathematica*, die sich ALLERHÖCHSTDERSELBEN gnädigster Protection erfreuen, bereits bezeugt haben, beschlossen, am 21. Januar 1889, dem sechzigsten Jahrestage ALLERHÖCHSTDERSELBEN Geburt, einer wichtigen Entdeckung auf dem Gebiete der höheren Analysis einen Preis zuzuerkennen. Dieser Preis wird in einer Medaille mit dem Bilde SEINER MAJESTÄT, im Goldwerthe von tausend Francs, und ausserdem in einer Summe von zwei tausend fünf hundert Kronen in Gold bestehen (1 Krone = 1 Franc 40 Centimes circa).

SEINE MAJESTÄT geruhen die Ausführung dieses Planes einer Commission von drei Mitgliedern anzuvertrauen: HERRN CARL WEIERSTRASS zu Berlin, HERRN CHARLES HERMITE zu Paris und HERRN GÖSTA MITTAG-LEFFLER zu Stockholm, Chefredacteur dieses Journals. Die Bemühungen der Commission waren Gegenstand eines Berichtes, dessen nachstehend folgendes Resultat SEINE MAJESTÄT Allergnädigst genehmigt haben:

»In Anbetracht der Fragen, welche in verschiedenen Hinsichten die Analysten gleich sehr interessiren und deren Lösung

SA MAJESTÉ OSCAR II désireux de donner une nouvelle preuve de l'intérêt qu'ELLE porte à l'avancement des sciences mathématiques, intérêt qu'ELLE a déjà témoigné, en encourageant la publication du journal *Acta Mathematica*, qui se trouve sous SON auguste protection, a résolu de décerner le 21 Janvier 1889 soixantième anniversaire de SA naissance un prix à une découverte importante dans le domaine de l'analyse mathématique supérieure. Ce prix consistera en une médaille, du dix-huitième module, portant l'effigie de SA MAJESTÉ et ayant une valeur en or de mille francs, ainsi qu'en une somme de deux mille cinq cents Kronor en or (1 Krone = 1 franc 40 centimes environ).

SA MAJESTÉ a daigné confier le soin de réaliser SES intentions à une commission de trois membres: M. CARL WEIERSTRASS à Berlin, M. CHARLES HERMITE à Paris, et le Rédacteur en chef de ce Journal, M. GÖSTA MITTAG-LEFFLER à Stockholm. Le travail des commissaires a été l'objet d'un rapport dont SA MAJESTÉ a pris connaissance, et voici leurs conclusions auxquelles ELLE a donné SON approbation:

»Prenant en considération les questions qui à divers titres préoccupent également les analystes et dont la solution serait

von dem grössten Nutzen für die Fortschritte der Wissenschaft sein würde, macht die Commission SEINER MAJESTÄT ehrfurchtsvoll den Vorschlag, der besten Abhandlung über einen der folgenden Gegenstände den Preis zu ertheilen.

1. Es sollen für ein beliebiges System materieller Punkte, die einander nach dem NEWTON'schen Gesetze anziehen, unter der Annahme, dass niemals ein Zusammentreffen zweier Punkte stattfindet, die Coordinaten jedes einzelnen Punktes in unendliche, aus bekannten Functionen der Zeit zusammengesetzte und für einen Zeitraum von unbegrenzter Dauer gleichmässig convergirende Reihen entwickelt werden.

Dass die Lösung dieser Aufgabe, durch deren Erledigung unsere Einsicht in den Bau des Weltsystems auf das wesentlichste würde gefördert werden, nicht nur möglich, sondern auch mit den gegenwärtig uns zu Gebote stehenden analytischen Hilfsmitteln erreichbar sei, dafür spricht die Versicherung LEJEUNE-DIRICHLET's, der kurz vor seinem Tode einem befreundeten Mathematiker mitgetheilt hat, dass er eine allgemeine Methode zur Integration der Differentialgleichungen der Mechanik entdeckt habe, sowie auch, dass es ihm durch Anwendung dieser Methode gelungen sei, die Stabilität unseres Planetensystems in vollkommen strenger Weise festzustellen. Leider ist uns von diesen Untersuchungen DIRICHLET's, ausser der Andeutung, dass zur Auffindung seiner Methode die Theorie der kleinen Schwankungen einen gewissen Anhalt biete, nichts erhalten worden;* es darf aber als gewiss an-

du plus grand intérêt pour les progrès de la science, la commission propose respectueusement à SA MAJESTÉ d'accorder le prix au meilleur mémoire sur l'un des sujets suivants.

1. Etant donné un système d'un nombre quelconque de points matériels qui s'attirent mutuellement suivant la loi de NEWTON, on propose, sous la supposition qu'un choc de deux points n'ait jamais lieu, de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions connues du temps et qui convergent uniformément pour toute valeur réelle de la variable.

Ce problème dont la solution étendra considérablement nos connaissances par rapport au système du monde, paraît pouvoir être résolu à l'aide des moyens analytiques que nous avons actuellement à notre disposition; on peut le supposer du moins, car LEJEUNE-DIRICHLET a communiqué peu de temps avant sa mort à un géomètre de ses amis qu'il avait découvert une méthode pour l'intégration des équations différentielles de la mécanique, et qu'en appliquant cette méthode il était parvenu à démontrer d'une manière absolument rigoureuse la stabilité de notre système planétaire. Malheureusement nous ne connaissons rien sur cette méthode, si ce n'est que la théorie des oscillations infiniment petites paraît avoir servi de point de départ pour sa découverte.* On peut pourtant supposer presque avec certitude que cette méthode était basée non point sur des calculs longs et compliqués, mais sur le

* KUMMER, *Gedächtnissrede auf Lejeune-Dirichlet*, Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1860, p. 35.

genommen werden, dass sie nicht in schwierigen und verwickelten Rechnungen bestanden haben, sondern in der Durchführung eines einfachen Grundgedankens, den wieder aufzufinden ernster und beharrlicher Forschung wohl gelingen möchte.

Sollte indessen die gestellte Aufgabe Schwierigkeiten darbieten, die zur Zeit nicht zu überwinden wären, so könnte der Preis auch ertheilt werden für eine Arbeit, in der irgend ein anderes bedeutendes Problem der Mechanik in der oben angedeuteten Weise vollständig erledigt würde.

2. Herr FUCHS hat in mehreren Abhandlungen* nachgewiesen, dass eindeutige Functionen zweier Veränderlichen existiren, die ihrer Entstehungsweise nach den ABEL'schen Functionen zweier Argumente verwandt, aber allgemeiner sind, als diese, und für die Analysis eine grosse Bedeutung gewinnen können, wenn ihre Theorie erst weiter entwickelt sein wird. Was zunächst zu leisten wäre, ist in folgender Aufgabe ausgesprochen:

Es sollen die von FUCHS definirten Functionen in einem Falle von hinreichender Allgemeinheit wirklich dargestellt und die wesentlichen Eigenschaften derselben entwickelt werden.

développement d'une idée fondamentale et simple, qu'on peut avec raison espérer de retrouver par un travail persévérant et approfondi. Dans le cas pourtant où le problème proposé ne parviendrait pas à être résolu pour l'époque du concours, on pourrait décerner le prix pour un travail, dans lequel quelque autre problème de la mécanique serait traité de la manière indiquée et résolu complètement.

2. M. FUCHS a démontré dans plusieurs de ses mémoires* qu'il existe des fonctions uniformes de deux variables, qui se rattachent par le mode de leur génération aux fonctions ultraelliptiques, mais sont plus générales que ces dernières, et qui pourraient probablement acquérir une grande importance pour l'analyse, si leur théorie était développée davantage.

On propose d'obtenir, sous forme explicite, les fonctions dont l'existence a été prouvée par M. FUCHS, dans un cas suffisamment général, de manière à ce qu'on puisse reconnaître et étudier leurs propriétés les plus essentielles.

* Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Febr. 1880, p. 170.

Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 89, p. 251. — Bulletin des sciences mathématiques, 2^{me} série, t. IV.

Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Junius 1880, p. 445. — Bulletin des sciences mathématiques, 2^{me} série, t. IV.

Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 90, p. 71. — Bulletin des sciences mathématiques, 2^{me} série, t. IV.

Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1881. — Bulletin des sciences mathématiques, 2^{me} série, t. V.

Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1883, I, p. 507. Cf. Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 76, p. 177.

3. Es sollen die Functionen, welche einer hinreichend allgemeinen Differentialgleichung erster Ordnung von der Form: eine ganze rationale Function der Variablen, der Function und ihrer ersten Ableitung gleich Null gesetzt, genügen, einer Untersuchung unterzogen werden.

Die Herren BRIOT und BOUQUET haben in ihrer Abhandlung über diesen Gegenstand (Journal de l'école polytechnique, cahier 36, pag. 133—198) für eine solche Untersuchung den Weg geebnet. Diejenigen Mathematiker, welche die von den Verfassern entdeckten Resultate kennen, wissen auch, dass ihre Arbeit den schwierigen und wichtigen Gegenstand, welchen sie zum ersten Male angegriffen haben, noch lange nicht erschöpft hat. Es erscheint wahrscheinlich, dass neue Untersuchungen in derselben Richtung zu Lehrsätzen von hohem analytischen Interesse führen können.

4. Auf die allgemeine Theorie der algebraischen Gleichungen ist, wie bekannt, ein helles Licht geworfen worden durch das Studium der speciellen Gleichungen, auf welche die Theilung des Kreises in gleiche Theile und die Theilung des Argumentes der elliptischen Functionen durch eine ganze Zahl führen. Die bemerkenswerthe Transcendente, welche man erhält, indem man den Modul einer elliptischen Function durch den Quotienten der Perioden ausdrückt, führt in ähnlicher Weise zu den Modulargleichungen, welche die Quelle ganz neuer Begriffe und höchst bedeutender Resultate, wie die Auflösung der Gleichung fünften Grades, geworden sind. Aber diese Transcendente ist nur das erste Glied, der einfachste besondere Fall einer unbegrenzten Reihe von neuen Functionen,

3. L'étude des fonctions définies par une équation différentielle suffisamment générale du premier ordre dont le premier membre est un polynome entier et rationnel par rapport à la variable, la fonction et sa première dérivée.

MM. BRIOT et BOUQUET ont ouvert la voie à une telle étude dans leur mémoire sur ce sujet (Journal de l'école polytechnique, cahier 36, pag. 133—198). Les géomètres qui connaissent les résultats découverts par ces auteurs, savent aussi que leur travail est loin d'avoir épuisé le sujet difficile et important qu'ils ont abordé les premiers. Il paraît probable que de nouvelles recherches entreprises dans la même direction pourront conduire à des propositions d'un haut intérêt pour l'analyse.

4. On sait quelle lumière a été portée sur la théorie générale des équations algébriques par l'étude de ces équations spéciales auxquelles conduit la division du cercle en parties égales, et la division par un nombre entier de l'argument des fonctions elliptiques. La transcendente si remarquable qu'on obtient en exprimant le module de la théorie des fonctions elliptiques par le quotient des périodes mène semblablement aux équations modulaires qui ont été l'origine de notions entièrement nouvelles, et de résultats d'une grande importance comme la résolution de l'équation du cinquième degré. Mais cette transcendente n'est que le premier terme, le cas particulier le plus simple d'une série infinie de nouvelles fonctions que M. POINCARÉ a introduites dans la science sous la dé-

welche Herr POINCARÉ unter dem Namen *fonctions fuchsiennes* in die Wissenschaft eingeführt und mit Erfolg auf die Integration linearer Differentialgleichungen von beliebiger Ordnung angewandt hat. Diese Functionen, welche also in der Analysis eine Rolle spielen, deren Wichtigkeit auf der Hand liegt, sind bis jetzt vom algebraischen Standpunkte aus noch nicht derselben Betrachtung unterworfen worden, wie die Transcendente der Theorie der elliptischen Functionen, deren Verallgemeinerung sie sind. Es wird die Aufgabe gestellt, diese Lücke auszufüllen und neue, den Modulargleichungen entsprechende, Gleichungen aufzustellen, indem man, sei es auch nur für einen speciellen Fall, den Ausdruck und die Eigenschaften der algebraischen Relationen untersucht, welche zwischen zwei *fonctions fuchsiennes* bestehen, wenn sie eine Gruppe gemeinsam haben.

Falls keine der eingereichten Abhandlungen über einen der vorgeschriebenen Gegenstände des Preises würdig befunden wird, kann derselbe einer eingereichten Abhandlung zuerkannt werden, welche die vollständige Lösung einer wichtigen Frage der Functionentheorie enthält, auch wenn diese keine der von der Commission vorgeschriebenen ist.»

Die eingereichten Abhandlungen, mit einem Motto bezeichnet und von einem versiegelten Couvert begleitet, welches den Namen und die Adresse des Verfassers enthält, sind an den Chefredacteur der *Acta Mathematica* vor dem ersten Juni 1888 einzusenden.

Die Abhandlung, der SEINE MAJESTÄT den Preis zuzuerkennen geruhen werden, und dergleichen die Abhandlung oder

nomination de *fonctions fuchsiennes*, et appliquées avec succès à l'intégration des équations différentielles linéaires d'un ordre quelconque. Ces fonctions qui ont donc dans l'Analyse un rôle dont l'importance est manifeste, n'ont pas été considérées jusqu'ici sous le point de vue de l'algèbre, comme la transcendante de la théorie des fonctions elliptiques, dont elles sont la généralisation. On propose de combler cette lacune et de parvenir à de nouvelles équations analogues aux équations modulaires, en étudiant ne serait-ce que dans un cas particulier la formation et les propriétés des relations algébriques qui lient deux *fonctions fuchsiennes*, lorsqu'elles ont un groupe commun.

Dans le cas où aucun des mémoires présentés pour le concours sur un des sujets proposés ne serait trouvé digne du prix, ce dernier pourra être adjugé à un mémoire mis en concours contenant la résolution complète d'une question importante de la théorie des fonctions outre celles proposées par la commission.»

Les mémoires présentés au concours devront être munis d'une épigraphe ainsi que du nom et de l'adresse de l'auteur sous pli cacheté et adressés au Rédacteur en chef des *Acta Mathematica* avant le 1^{er} Juin 1888.

Le mémoire auquel SA MAJESTÉ daignera décerner le prix, ainsi que d'ailleurs le ou les mémoires que la commission

die Abhandlungen, welche die Commission einer ehrenvollen Erwähnung werth erachten wird, werden in den Acta Mathematica abgedruckt werden und es darf keine von ihnen schon früher veröffentlicht sein.

Die Abhandlungen dürfen in jeder Sprache geschrieben sein, welche die Verfasser vorziehen. Da jedoch die Mitglieder der Commission drei verschiedenen Ländern angehören, so wird gewünscht, dass die Verfasser ihrer Originalabhandlung, falls dieselbe nicht bereits französisch geschrieben ist, eine französische Übersetzung beifügen. Im anderen Falle werden die Verfasser zu lassen, dass die Commission eine Übersetzung zu ihrem Gebrauche anfertigen lässt.

Der Chefredacteur.

estimera dignes d'une mention honorable, seront insérés dans les Acta Mathematica et aucun entre eux ne doit être publié auparavant.

Les mémoires peuvent être rédigés dans telle langue que l'auteur voudra choisir, mais comme les membres de la commission appartiennent à trois pays différents, l'auteur doit réunir à son mémoire originaire une traduction française si le mémoire n'est pas déjà écrit en français. S'il n'y a pas de telle traduction l'auteur doit accepter que la commission en fasse faire une à son usage.

Le rédacteur en chef.

