

theory applies to *every* concrete representation of these symbols for which the fundamental assumptions are satisfied. These concrete representations of a given abstract theory may be many and varied in character; the abstract theory serves to unify them all.

It would seem that a clear understanding of this point of view is of particular importance to the prospective teacher. It is now well recognized that a knowledge of the foundations of mathematics is essential in the best preparation of the teacher, and the abstract point of view, if not absolutely necessary, greatly facilitates a clear understanding of the problems here presented. That the non-euclidean geometries serve, though not as conveniently, to describe the properties of our intuitive space, is merely due to the fact that the points, lines, etc., of the latter may be regarded as satisfying all the assumptions lying at the basis of each of these geometries.

The volume closes with a very interesting account of the movements toward reform in the teaching of elementary geometry as they have developed during the past years in England, France, Italy, and Germany. The work as a whole is a remarkable example of the distinguished author's mastery of the art of clear and stimulating exposition. We sincerely hope that it will have a wide influence, also in America, in arousing an active interest in a more serviceable preparation of our teachers.

J. W. YOUNG.

---

#### CORRECTION.

The following misprints occur in page 122 of Dr. Onnen's paper in the December number of the BULLETIN:

Lines 4-5. *For . . . dividing n times by any integer a . . . read . . . dividing n times by a any integer. . . .*

Line 6 from the bottom. *For . . . an integral value for n . . . read . . . an integer. . . .*

---

#### NOTES.

THE opening (January) number of volume 11 of the *Transactions of the American Mathematical Society* contains the following papers: "Theorems on simple groups," by H. F. BLICHFELDT; "Infinite discontinuous groups of birational

transformations which leave certain surfaces invariant," by V. SNYDER; "Proper multiple integrals over iterable fields," by E. B. LYTLE; "On a class of hyperfuchsian functions," by C. F. CRAIG; "Periodic orbits about an oblate spheroid," by W. D. MACMILLAN.

AT the sixty-first meeting of the American association for the advancement of science, held at Boston, December 27, 1909, to January 1, 1910, Professor A. A. MICHELSON was elected president, Professor E. H. MOORE was elected vice president and chairman of Section A, and Professor G. A. MILLER was re-elected secretary of the section. The next meeting of the association will be held at Minneapolis.

AT the meeting of the London mathematical society held on December 9 the following papers were read: By T. H. BLAKESLEY, "Exhibition of an instrument for solving cubic equations;" by A. B. BASSET, "The connection between the theories of the singularities of surfaces and double refraction;" by W. BURNSIDE, "On the representation of a group of finite order as a group of linear substitutions with rational coefficients;" by A. L. DIXON, "The eliminant of the equations of four quadric surfaces."

THE course of lectures on "Graphical methods in mathematics and physics," delivered, 1909-1910, by the Kaiser Wilhelm professor in Columbia University, Professor CARL RUNGE of the University of Göttingen, is to be published in book form by Columbia University. The subject is one which has not received due attention in this country or abroad. A considerable amount of the material contained in the lectures is original with Professor Runge. The methods developed have many important applications in astronomy, physics, engineering, and various departments of technology.

THE firm of Martin Schilling in Halle announces a number of new models: Series XXX, numbers 6 and 7, plaster models of two surfaces of order 12, class 10, applicable to the surface of the paraboloid of revolution, constructed under the direction of Professor Darboux by Dr. E. ESTANAVE; Series XXXIII, numbers 2 and 3, two thread models of the discriminant surface of a quartic equation, constructed at the suggestion of Pro-

fessor Klein and under the direction of Professor F. Schilling by R. HARTENSTEIN ; Series XXXV, numbers 1–27, twenty-seven card models of spherical quadrilaterals, constructed with the cooperation of Professor Schilling by Dr. W. IHLENBURG ; Series XXVI, numbers 19–23, new models in descriptive, projective, and analytic geometry, constructed by Professor F. SCHILLING. The last series consists of spherical blackboards of various sizes, together with mountings and movable rings, and two one-sheeted hyperboloids with their asymptotic cones.

THE academy of sciences of Paris has contributed 500 francs towards the expense of erecting a monument to Laplace at Beaumont en Auge, where he was born in 1746.

AT the meeting of the academy of sciences of Paris on December 6, the Leconte prize (2,000 francs) was awarded to M. RITZ for his contributions to mathematical physics and to mechanics.

THE prize of 800 francs announced by the Belgian academy for an important contribution to the differential geometry of ruled space (see BULLETIN, volume 15, page 44) has been awarded to Professor E. J. WILCZYNSKI for his memoir on "The general theory of congruences."

THE December number (volume 18, numbers 11–12) of the *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* contains a reproduction of the Abel monument which was unveiled at Christiania, October 17, 1908. The total contributions to the cost of the monument amounted to about \$10,000, all but \$1,000 of which were subscribed in Norway.

THE December number (volume 2, number 2) of *The Mathematics Teacher* contains a report of the organization of the American work of the international commission on the teaching of mathematics, including the names of the 237 members of sub-committees. In Germany this work is assigned to individuals instead of to committees, each person preparing an exhaustive monograph. Besides a number of minor reports of organization and progress, one complete report has already appeared, that by Dr. W. LIETZMANN on "Material and method in mathematical instruction in northern Germany, based upon existing text-books."

DURING the year 1906–1907 the following persons received the degree of doctor of philosophy from the German universities, with mathematics as the major subject. The title of the dissertation is added.

*Berlin.*

KERL, O. "Voranschläge der Genauigkeit beim trigonometrischen Punkteinschalten."

KNÖPP, K. "Grenzwerte von Reihen bei der Annäherung an die Konvergenzgrenze."

*Breslau.*

STEROSTZIK, H. "Ueber eine von Steiner gefundene, noch wenig beachtete Eigenschaft der Leitstrahlen der Kegelschnitte und über Kurven, die mit den einen Kegelschnitt doppelt berührenden Kreisen zusammenhängen."

VOGT, W. "Korrelative Räume bei gegebener Punktkernfläche."

WEISS, E. "Anzahlbestimmungen für das Strahlennetz (lineare Kongruenz)."

WIESING, O. "Ueber eine zwei-zweideutige Verwandtschaft zwischen zwei Ebenen und ihr Analogon im Raume."

*Erlangen.*

EGERER, H. "Ueber die Curve der Ecken der Vierseite, die von den gemeinsamen Tangenten eines festen Kegelschnitts und der Kegelschnitte eines Büschels gebildet werden."

HAUSER, W. "Ueber Resultanten- und Diskriminantengleichungen in der Theorie der elliptischen Thetafunktionen."

*Giessen.*

HENSEL, G. "Ueber permutable Gruppenbasen aus zwei Elementen."

LANGE, M. "Die Verteilung der Elektrizität auf zwei leitenden Kugeln in einem zu ihrer Zentrallinie symmetrischen elektrostatischen Felde."

THAER, C. "Ueber Invarianten, die symmetrischen Eigenchaften eines Punktsystems entsprechen."

*Göttingen.*

BORN, M. "Untersuchungen über die Stabilität der elastischen Linie in Ebene und Raum, unter verschiedenen Grenzbedingungen."

BROGGI, U. "Die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung."

CRATHORNE, A. R. "Das räumliche isoperimetrische Problem."

GILLESPIE, D. C. "Anwendungen des Unabhängigkeitsgesetzes auf die Lösung der Differentialgleichungen der Variationsrechnung."

HASEMAN, C. "Anwendung der Theorie der Integralgleichungen auf einige Randwertaufgaben in der Funktionentheorie."

LEBEDEFF (Miss), W. "Die Theorie der Integralgleichungen in Anwendung auf einige Reihenentwickelungen."

WILLERS, F. A. "Die Torsion eines Rotationskörpers um seine Achse."

*Greifswald.*

APFELSTEDT, M. "Ueber eine Gattung von projektiven Transformationsgruppen in fünf Veränderlichen."

BROSZAT, W. "Ueber Scharen von  $\infty^4$  Flächen im  $R_3$ , die durch Berührungstranformation in Scharen von  $\infty^4$  Kurven, überführbar sind."

REICHEL, W. "Ueber trilineare alternierende Formen in sechs und sieben Veränderlichen und die durch sie definierten geometrischen Gebilde."

ROELCKE, O. "Ueber die Bäcklundsche Transformation der Flächen konstanter Krümmung."

*Heidelberg.*

SPEYERER, K. "Ueber Wärmeströmung in dünnen, frei anstrahlenden Platten."

*Jena.*

DURHOLD, P. "Ueber ein Kreisbündel sechster Ordnung."

*Kiel.*

HANSEN, O. "Ueber die äquiforme Geometrie im Bündel."

*Königsberg.*

FOETHKE, E. Anwendung des erweiterten euklidischen Algorithmus auf Resultantenbildungen."

*Marburg.*

HÜTTIG, F. "Arithmetische Theorie eines Galoischen Körpers."

OETTINGER, E. "Ueber stationäre Gasbewegungen mit Berücksichtigung der inneren Wärmeleitung."

*Munich.*

DINGLER, H. "Beiträge zur Kenntnis der infinitesimalen Deformation einer Fläche."

FUCHS, F. "Beiträge zur Theorie der elektrischen Schwingungen einer leitenden Rotationsellipsoides."

MÜNICH, K. "Ueber nicht-euklidische Cykliden."

SCHÜBEL, H. "Aufstellung von nicht-euklidischon Minimalflächen."

*Münster.*

GESSNER, E. "Ueber die Asymptotenkurven einer Schar Konoidflächen im allgemeinen und die des Cylindroids im besonderen."

LANGENKAMP, O. "Ueber Saccheri's Untersuchungen des Parallelenaxioms."

*Rostock.*

DOLGE, P. "Ueber Bernouillische Zahlen und Funktionen, welche zu einer Fundamental determinante gehören und deren Anwendung auf die Summation unendlicher Reihen."

HELLWIG, M. "Untersuchung über die Lage der Inzidenzpunkte bei Reflexion und Refraktion an Ebene, Kugel und Kreiszylinder für zwei feste Punkte im Raume (Licht- und Augenpunkt)."

*Strassburg.*

ALTERAUGE, L. "Ueber lineare Relationen zwischen hypergeometrischen Integralen."

ENDERS, M. A. "Ueber die Darstellung der Raumkurve vierter Ordnung vom Geschlecht 1 durch Thetafunktionen."

HUPPERZ, R. W. "Analytische Untersuchung der allgemeinen Schraubenregelfläche. Eine monographische Studie."

MAGENER, F. W. A. "Anallagmatische Punktkoordinaten im Kegelgebüsch und ihre Anwendung auf die nicht-euklidische Geometrie."

RUTHINGER, M. "Die Irreducibilitätsbeweise der Kreisteilungsgleichung."

SAUER, K. "Zur Funktionentheorie auf dem algebraischen Gebilde  $s = \sqrt[n]{f_{3n}(z)}$ ."

SCHUMACHER, H. A. "Ueber eine Riemann'sche Funktionenklasse mit zerfallender Thetafunktion."

ZAHN, K. A. K. "Constructive Bestimmung der Hauptachsen und der Umrisse einer Fläche zweiten Grades, die durch einen Kreis und vier Punkte des Raumes bestimmt ist."

*Tübingen.*

HOFFMANN, G. "Das Abel'sche Theorem für die elliptischen Integrale."

LÜFFLER, E. "Beiträge zur Theorie der Schnittpunkte algebraischer Kurven."

For the year 1907–1908 the list is as follows.

*Berlin.*

SCHEE, W. "Ueber irreguläre Potenzreihen und Dirichletsche Reihen."

*Bonn.*

KUMMER, A. "Ueber eine Gattung von projektiven Transformationsgruppen in sechs Veränderlichen."

*Breslau.*

SCHMIDT, R. "Ueber zweite Polarflächen einer allgemeinen Fläche 4. Ordnung."

*Erlangen.*

NOETHER, (Miss) E. "Ueber die Bildung des Formensystems der ternären biquadratischen Form."

*Giessen.*

KEINEMANN, E. "Die gemischte Kegelschnittschar (das Kegelschnittsystem  $s(1p, 3l)$ .)"

KÜBEL, K. G. J. "Anwendungen einer anschaulichen Darstellung des Imaginären."

JENZ, O. "Ueber singuläre Asymptotenkurven."

*Göttingen.*

CAIRNS, W. D. W. "Die Anwendung der Integralgleichungen auf die zweite Variation bei isoperimetrischen Problemen."

HELLINGER, E. "Die Orthogonalinvarianten quadratischer Formen von unendlich vielen Variablen."

KÖNIG, R. "Die Oscillationseigenschaften der Eigenfunktionen der Integralgleichung mit definitivem Kern und das Jacobische Kriterium der Variationsrechnung."

LAUMANN, T. "Ueber den Isomorphismus von Gruppen linearer Substitutionen mit reellen und mit komplexen Koef fizienten."

SWIFT, E. "Ueber die Form und Stabilität gewisser Flüssigkeitstropfen."

WEYL, H. "Singuläre Integralgleichungen mit besonderer Berücksichtigung des Fourierschen Integraltheorems."

*Halle.*

BRANDES, H. "Ueber die axiomatische Einfachheit mit besonderer Berücksichtigung der auf Addition beruhenden Zerlegungsbeweise des Pythagoräischen Lehrsatzes."

ERFURTH, P. "Die Komplementärflächen der pseudosphärischen Schraubenflächen."

MAHLO, P. "Topologische Untersuchungen über Zerlegung in ebene und sphärische Polygone."

MORGENSTERN, A. "Beiträge zur numerischen Lösung der Gleichung fünften Grades."

ZÖLLICH, H. "Beiträge zur Theorie der ganzen transzendenten Funktionen der Ordnung Null."

*Jena.*

HEILAND, F. "Hüllflächen einer Schar von Regelflächen zweiter Ordnung."

*Kiel.*

DIECK, W. "Zur Klassifikation der Punktepaare und Kegelschnittbüschel."

GURSKI, V. "Ueber den Zusammenhang zwischen den partikulären Lösungen der einzelnen Gebiete bei der hypergeometrischen Differentialgleichung dritter Ordnung mit zwei endlichen singulären Punkten."

HASS, P. "Zur Definition des Begriffs der eindeutigen analytischen Funktion."

*Königsberg.*

ARNDT, B. "Ueber die Verallgemeinerung des Krümmungsbegriffs für Raumkurven."

DORNER, O. "Ueber Teiler von Formen."

JANZEN, O. "Ueber einige stetige Kurven, über Bogenlänge, linearen Inhalt und Flächeninhalt."

KALUZA, T. "Die Tschirnhaustransformation algebraischer Gleichungen mit einer Unbekannten."

KISCHKE, R. "Ueber Fehlerabschätzung bei unendlichen Produkten und deren Anwendungen."

*Leipzig.*

SCHILLER, G. "Die Bewegung einer homogenen Kugel auf einer materiellen Parabel unter dem Einfluss der Schwerkraft."

*Munich.*

CRAMER, F. H. "Ueber die Erniedrigung des Geschlechts abelscher Integrale, insbesondere elliptischer und hyperelliptischer, durch Transformation."

HORN, C. "Konforme Abbildung eines von gewissen Kurven begrenzten Flächenstücks auf den Einheitskreis."

MOHRMANN, H. "Beiträge zur Theorie der Singularitäten des algebraischen Linien-Complexes beliebigen Grades."

WALEK, K. "Binäre kubische Transformation und Complexe."

*Münster.*

KREFT, W. "Beiträge zur Goursatschen Transformation der Minimalflächen."

*Rostock.*

PEECK, H. "Ein Beitrag zur Theorie der gebrochenen Fokaldistanzen."

WEISSE, E. "Anwendungen der elliptischen Funktionen auf ein Problem aus der Theorie der Gelenkmechanismen."

*Strassburg.*

BRAND, E. L. "Ueber Tetraeder, deren Kanten eine Fläche zweiter Ordnung berühren."

BRESSLAU, H. S. S. "Dirichlet's Satz von der arithmetischen Reihe für den Körper der dritten Einheitswurzeln."

KEMPF, A. "Tetraeder, deren Kanten eine Fläche  $F_2$  zweiter Ordnung berühren."

*Tübingen.*

KÖSTLIN, E. "Ueber eine Deutung der Gleichung, die zwischen dem Bogen und dem Neigungswinkel der Tangente zum Endpunkt des Bogens einer ebenen Kurve besteht."

REIFF, —. "Rollen einer Kugel in einem Zylinder ohne Einwirkung der Schwerkraft."

SCHWARTZ, R. "Der Eisensteinsche Satz über die Koeffizienten der Reihenentwicklungen algebraischer Funktionen."

THE mathematical society of Berlin announced a special session to be held January 8, 1910, to commemorate the centenary of the birth of E. E. KUMMER. The principal address was given by Professor K. HENSEL, of the University of Marburg.

THE Göttingen academy of sciences announces that it has made an award of 100 Marks from the interest of the Wolfskehl foundation to Dr. A. WIEFERICH, of Münster, who has succeeded in proving that the equation  $x^p + y^p = z^p$  cannot be solved in terms of positive integers, not multiples of  $p$ , if  $2^p - 2$  is not divisible by  $p^2$ . (*Crell's Journal*, volume 137.) "This surprisingly simple result represents the first advance since the time of Kummer in the proof of the last Fermat theorem."

PROFESSOR M. J. M. HILL, of the University of London, has been elected honorary fellow of St. Peter's College, Cambridge.

DRS. A. N. WHITEHEAD and H. F. BAKER have been appointed chairmen of examiners for parts I and II, respectively, of the mathematical tripos for 1910.

AT the annual meeting of the Royal society of London on November 30, the Copley medal was conferred upon Dr. G. W. HILL, of West Nyack, New York, and a royal medal upon Professor A. E. H. LOVE, of Oxford University.

ON the occasion of the dedication of the new buildings at the University of Stockholm on December 16 honorary doctorates were conferred upon Professors H. POINCARÉ and P. PAINLEVÉ, of the University of Paris.

AT the seventy-fifth anniversary of the University of Brussels on November 27, the degree of doctor of laws was conferred upon Professor H. POINCARÉ, of the University of Paris.

DR. H. C. McWHEENEY has been appointed professor of mathematics at University College, Dublin.

PROFESSOR R. SALIGER, of the German technical school at Prague, has been appointed professor of mechanics at the technical school at Vienna.

PROFESSOR L. SCHLESINGER, of the University of Klausenburg, has been elected to membership in the academy of sciences of Halle.

PROFESSOR G. KOWALEWSKI, of the University of Bonn, has been appointed professor of mathematics at the German technical school at Prague.

DR. A. TIMPE has been appointed docent in mechanics at the technical school at Aachen.

DR. TH. KALUZA has been appointed docent in mathematics at the University of Königsberg.

PROFESSOR G. BOCCARDI, of the University of Turin, has been promoted to a full professorship of mathematical astronomy.

PROFESSOR C. SEVERINI, of the University of Catania, has been promoted to a full professorship of analytic geometry.

PROFESSOR T. BOGGIO, formerly of the University of Messina, then at the Institute at Florence, has been appointed associate professor of rational mechanics at the University of Turin.

PROFESSOR E. SOLER, formerly of the University of Messina, has been appointed to a full professorship of theoretical geodesy at the University of Padua.

PROFESSOR M. ABRAHAM, of the University of Göttingen, has been appointed professor of rational mechanics at the technical school of Milan.

DR. U. SCARPIS has been appointed docent in algebraic analysis at the University of Bologna.

DR. E. LAURA has been appointed docent in rational mechanics at the University of Turin.

DR. F. SIBIRANI has been appointed docent in the calculus at the University of Bologna.

THE degree of LL.D. has been conferred by Columbia University on the Kaiser Wilhelm Professor, CARL RUNGE.

PROFESSOR C. J. KEYSER has been appointed head of the department of mathematics at Columbia University to succeed Professor J. H. VAN AMRINGE on the latter's retirement at the close of the present academic year.

PROFESSOR A. S. CHESSIN will deliver at the University of Pennsylvania in February a course of lectures on "The gyrostat and its modern applications."

PROFESSOR E. MILLER, of the University of Kansas, will retire from active service at the close of the present academic year under the conditions of the Carnegie foundation.

### NEW PUBLICATIONS.

*(In order to facilitate the early announcement of new mathematical books, publishers and authors are requested to send the requisite data as early as possible to the Departmental Editor, PROFESSOR W. B. FORD, 1345 Wilmot Street, Ann Arbor, Mich.)*

#### I. HIGHER MATHEMATICS.

AUTONNE (L.). *Sur les groupes de matrices linéaires non invertibles.* Paris, 1909. 8vo. 80 pp. Fr. 5.00

BECK (H.). See BÖCHER (M.).

BLUMENTHAL (O.). *Principes de la théorie des fonctions entières d'ordre infini.* Paris, Gauthier-Villars, 1909. 8vo. 7 + 150 pp. Fr. 5.50

BÖCHER (M.). *Einführung in die höhere Algebra.* Deutsch von H. Beck. Mit einem Geleitwort von E. Study. Leipzig, Teubner, 1910. 8vo. 12 + 348 pp. Cloth. M. 7.00

BOLZA (O.). *Vorlesungen über Variationsrechnung.* Umgearbeitete und stark vermehrte deutsche Ausgabe der "Lectures on the calculus of variations" desselben Verfassers. 3te Lieferung. Leipzig, Teubner, 1909. 8vo. 9 pp. + pp. 541-705. M. 5.00  
In 1 volume, cloth. M. 20.00

BOREL (E.). *Leçons sur la théorie de la croissance, professées à la Faculté des Sciences de Paris, recueillies et rédigées par A. Denjoy.* Paris, Gauthier-Villars, 1909. 8vo. 6 + 172 pp. Fr. 5.50

BRIOSCHI (F.). *Opere matematiche, pubblicate per cura del comitato per le onoranze a F. Brioschi.* Vol. V (ultimo). Milano, Hoepli, 1909. 4to. 12 + 556 pp. L. 30.00

BÜCHER, neue, über Naturwissenschaften und Mathematik. (Die Neuigkeiten des deutschen Buchhandels nach Wissenschaften geordnet.) Mitgeteilt Herbst 1909. Leipzig, Hinrich. 8vo. Pp. 49-67. M. 0.30

DENJOY (A.). See BOREL (E.).