

## 25. Remarque sur un théorème de M. Pacquement.

Par Tadahiko KUBOTA.

Math. Institute, Tohoku Imp. Univ., Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Mar. 13, 1933.)

Dans le tome 194, p. 2269 des Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris, M. Pacquement a démontré par un théorème de M. E. Halphen en employant une surface engendrée par les droites touchant  $q$ , rencontrant  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ , circonscrite à  $q$  suivant une biquadratique gauche  $\Gamma$ , qui admet  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  comme sécantes doubles le théorème suivant :

*Étant données une quadrique  $q$ , et deux droites  $\Delta_1, \Delta_2$ , le rapport anharmonique des plans tangents à  $q$  issus de  $\Delta_1$  et des plans contenant  $\Delta_1$  et les points d'intersection de  $\Delta_2$  avec  $q$  est égal au rapport analogue relatif à  $\Delta_2$ .*

Je voudrais faire remarquer ici qu'on peut démontrer le théorème immédiatement de la manière suivante :

Si l'on considère la quadrique  $q$  comme l'absolu de l'espace non-euclidien par la méthode de Klein, et si l'on définit l'angle de deux plans  $\alpha, \beta$  contenant une droite  $\Delta$  par

$$\frac{1}{2i} \log (\alpha, \beta; m_1, m_2)$$

où  $m_1, m_2$  designent deux plans contenant  $\Delta$  qui touchent la quadrique  $q$ , le théorème est transformé au théorème suivant :

*Étant données deux droites  $\Delta_1, \Delta_2$  qui ne sont pas sur un même plan dans l'espace non-euclidien, l'angle de deux plans issus de  $\Delta_1$  parallèles à la droite  $\Delta_2$  est égal à l'angle de deux plans issus de  $\Delta_2$  parallèles à la droite  $\Delta_1$ .*

Il suffit alors de démontrer le seconde théorème.

Si l'on considère la perpendiculaire commune  $M_1 M_2$  de deux droites  $\Delta_1, \Delta_2$  où  $M_1, M_2$  sont respectivement les points d'intersection de  $\Delta_1, \Delta_2$  avec  $M_1 M_2$  on voit qu'il existe une rotation autour d'une droite elle-même perpendiculaire à la droite  $M_1 M_2$  au milieu de ce segment  $M_1 M_2$  de telle manière que cette rotation transforme l'une dans l'autre les droites  $\Delta_1, \Delta_2$ . D'où l'on voit que par la rotation les deux angles sont interchangeables ; donc le théorème est complètement démontré.

Le 2 mars, 1933.

---