PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
Vol. 172, No. 2, 1996

PARAGROUPE D'ADRIAN OCNEANU ET ALGEBRE DE KAC

MARIE-CLAUDE DAVID

Dans ces quelques pages, nous reprenons l'essentiel des notes manuscrites d'Adrian Ocneanu intitulées "A Galois theory for operator algebras"(1986). Nous en précisons les définitions et démontrons les théorèmes essentiels: les propriétés fondamentales du paragroupe, le résultat de classification qui est un corollaire du théorème de classification de S. Popa et la caractérisation de l'inclusion d'un facteur dans son produit croisé par une algèbre de Kac de dimension finie. Il nous a paru important que le paragroupe soit explicitement défini et que ces résultats admis par tous et souvent cités par F. Goodman, P. de la Harpe, V. Jones dans leur livre [**GHJ**] et par S. Popa dans ses article de classification [**Popa**, **1** et **2**] reçoivent enfin une demonstraion exhaustive. Je me suis attachée à rédiger les démonstrations qui auraient pu être données à l'époque à deux exception près:

Le caractère d'invariant complet du paragroupe est démontré grâce aux carrés commutatifs de S. Popa.

La coassociativité du coproduit de l'algèbre de Kac (§5) était vérifiée directement dans ma première version (Publications de l'Université Paris-Sud #93-06). Claire Anantharaman a attiré mon attention sur l'article de W. Szymanski [**S**], je l'en remercie: la dualité qu'il définit me permet de donner une démonstration plus algébrique.

Parmi les développements de la théorie qui pourraient fournir d'autres démonstrations à ces résultats, on peut citer, par exemple, la théorie des bimodules d'A. Ocneanu [**O**], la théorie des secteurs [**L1**, **L2**], [**I1**, **I2**]...

Je remercie particulièrement Vaughan Jones qui m'a encouragée à entreprendre ce travail et m'a guidée lors de nombreuses discussions. Je remercie aussi Michel Enock pour ses conseils qui m'ont aidée à achever cet article.

0. Introduction.

Soit N un sous-facteur d'indice fini dans M, un facteur de type II_1 dont tr est la trace finie fidèle normalisée. Soit M_1 l'algèbre oblenue par construction de base: M_1 est l'algèbre de von Neumann sur $L^2(M, \mathrm{tr})$ engendrée par M et e_N la projection sur $L^2(N, \mathrm{tr})$ [**VJ1**]. Si J est l'involution standard de $L^2(M, \mathrm{tr})$,