SYSTÈMES QUASI LINÉAIRES HYPERBOLIQUES NON SYMÉTRISABLES

DANIEL GOURDIN

(Reçu le 17 décembre, 1991)

Introduction

Après la théorie de J. Leray sur les systèmes quasi linéaires à partie principale diagonale, hyperboliques stricts dans les espaces de Sobolev et hyperboliques non stricts dans des espaces de Gevrey, ([14], [15]), T. Kato a résolu le problème de Cauchy local dans les espaces de Sobolev pour les systèmes quasi linéaires symétrisables ([13]).

Nous résolvons ici le problème de Cauchy local C^∞ pour un type de systèmes quasi linéaires hyperboliques non symétrisables de trois équations du premier ordre lorsque les linéarisés ont des rangs et des multiplicités caractéristiques constants, sous des conditions rappelant les conditions de Mme Choquet-Bruhat ([3]) en utilisant la théorie des systèmes hyperboliques linéaires de J. Vaillant ([17], [18]), la théorie de Nash-Moser ([11], [16]) et une méthode utilisée par N. Iwasaki pour les systèmes quasi linéaires effectivement hyperboliques ([12]).

Nous montrons dans une remarque finale qu'un autre type de systèmes quasi linéaires hyperboliques non symétrisables, mais de deux équations du premier ordre cette fois, peut être traité de la même manière et a un problème de Cauchy local C^∞ résoluble sous des conditions analogues sur les linéarisés.

Ce travail a été résumé dans une Note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences ([10]). $X=(x_0, x)$ est le point courant de $\mathbf{R}^{r+1}$ avec $x_0 \in \mathbf{R}$ et $x=(x_1, \dots, x_r) \in \mathbf{R}^r$.

Ω est un ouvert contenant l'origine de $\mathbf{R}^{r+1}$.

$\xi=(\xi_0, \xi)$ est la variable duale, $\xi_0 \in \mathbf{R}$ et $\xi=(\xi_1, \dots, \xi_r) \in \mathbf{R}^r$; $\mathcal{I}=(1, 0)$.

$$\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \partial^i = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \quad (0 \leq i \leq r).$$

I. Hypothèses et énoncés des résultats

1) **Hypothèses** Considérons les opérateurs notés Φ définis par: