Ogawa, S.
Osaka J. Math.
2 (1965), 217-246

SUR LE BALAYAGE POUR DES ENSEMBLES QUELCONQUES ET LA BALAYABILITE

SHIRÔ OGAWA

(Received March 19, 1965)

Introduction

L'étude du problème du balayage est un objet principal de la théorie du potentiel. Au début, ce problème s'est posé de la manière suivante: étant donnés une distribution positive μ dans R^n et un ensemble compact K dans R^n, existe-t-il une distribution positive μ' (une mesure balayée) portée par K dont le potentiel

$$U^{\mu'}(x) = \int |x-y|^{2-n} d\mu'(y)$$

est égal an potentiel de μ sur K et l'est au plus partout dans tout l'espace R^n?

On a résolu ce problème affirmativement à l'exception des points d'un sous-ensemble de capacité nulle sur K et l'étude depuis lors s'est développé pour la direction suivante. Soient Ω un espace localement compact et $G(x, y)$ une fonction numérique définie sur $\Omega \times \Omega$. Alors, dans quelles conditions imposées sur $G(x, y)$ peut-on obtenir le résultat analogue au cas classique en considérant des potentiels pris par rapport au noyau $G(x, y)$ au lieu du noyau newtonien $|x-y|^{2-n}$? Quelques mathématiciens français et japonais ont étudié des problèmes de cette nature et ont montré qu'il est en relation profonde avec le principe de domination qui caractérise un noyau $G(x, y)$. En définissant une certaine quantité (par example, la variation de Gauss ou de Ninomiya [8]) sur une famille des mesures positives portées par un ensemble compact donné, on peut montrer que s'il existe une mesure extrémale minimisant la quantité et si un noyau $G(x, y)$ satisfait au principe de domination, cette mesure extremale est une mesure balayée. D'une manière comparativement facile, on peut démontrer l'existence d'une mesure extrémale en vertu du théorème du choix donné par F. Riesz. Mais il n'est pas facile de montrer l'existence d'une mesure balayée lorsque K est un ensemble non compact, même s'il est fermé.