UN THEOREME SUR LES GROUPES D'HOLONOMIE*

KATSUMI NOMIZU

1. MM. Ozeki et Hano ont récemment démontré [3] que tout sous-groupe connexe de Lie du groupe linéaire $GL(n, R)$, $n \geqq 2$, peut être réalisé comme groupe d'holonomie d'une certaine connexion linéaire dans un espace affine de dimension n.

On se propose ici de donner une généralisation de ce résultat au cas de connexions infinitésimales dans une variété fibrée différentiable. On établit :

THÉORÈME. *Soit $P(B, G)$ une variété fibrée principale à base B de dimension $\geqq 2$ et à groupe structural de Lie G. Si le groupe structural G peut être réduit à un sous-groupe connexe de Lie H, alors il existe dans P une connexion infinitésimale dont le groupe d'holonomie restreint est exactement H (au choix convenable d'un point de référence dans P).*

Ce théorème complète aussi le résultat suivant: si H est le groupe d'holonomie d'une connexion infinitésimale dans $P(B, G)$, alors le groupe structural G peut être réduit à H (Proposition, p. 37 [1], voir aussi [2]).

COROLLAIRE. *Tout groupe connexe de Lie G peut être réalisé comme groupe d'holonomie restreint d'une certaine connexion infinitésimale dans une variété fibrée principale à base variété quelconque de dimension $\geqq 2$.*

En effet, étant donnée une variété différentiable quelconque B, il suffit de considérer la variété fibrée principale $P = B \times G$, produit direct.

2. Avant d'entrer dans la démonstration du théorème, il est utile de faire deux remarques suivantes sur les connexions infinitésimales dans une variété fibrée principale $P(B, G)$.

Réduction du groupe structural. On dit que le groupe structural G peut être réduit à un sous-groupe de Lie H, s'il existe une variété fibrée principale

Received December 20, 1955.

* Ce travail a été accompli pendant que l'auteur était boursier de la Fondation Yukawa.