

SUR LES SOUS-GROUPES ALGEBRIQUES PRIMITIFS DU GROUPE DE CREMONA A TROIS VARIABLES

HIROSHI UMEMURA

Au 19e siècle le terme de géométrie algébrique désignait exclusivement la géométrie birationnelle. Aujourd'hui on n'accepterait pas cette définition, parce que l'objet de la géométrie algébrique est celui des invariants biréguliers plutôt que birationnels. Quelle que soit la définition adoptée, il est intéressant de connaître la structure de groupes des automorphismes birationnels. Mais celle-ci est très peu connue (Mumford [10]). La question suivante a été posée depuis longtemps; déterminer à conjugaison près tous les sous-groupes algébriques connexes et maximaux du groupe de Cremona Cr_n . Le groupe Cr_n est, par définition, le groupe des automorphismes du corps des fonctions rationnelles à n indéterminées. Si $n = 1$, Cr_1 coïncide avec le groupe des automorphismes de P_1 . Enriques a résolu ce problème pour $n = 2$ (Enriques [5]). On croit généralement (par exemple Godeaux [8]) que Enriques et Fano l'ont fait pour $n = 3$ (Enriques et Fano [6]). Après avoir collaboré avec Enriques, G. Fano a travaillé seul sur ce problème et il a laissé des résultats très intéressants dont la plupart des démonstrations ne semble pas rigoureuse. Demazure [4] a étudié les sous-groupes algébriques de rang maximum n de Cr_n . Il a démontré qu'il y a une correspondance bijective entre les sous-groupes algébriques de rang maximum n de Cr_n et les systèmes d'Enriques. Puisque les derniers sont de nature combinatoire, c'est un dictionnaire géométrique-combinatoire. Mais il y a des sous-groupes algébriques maximaux dans Cr_n dont les rang sont $< n$, par exemple (PSO_3 , quadrique $\subset P_4$) dans Cr_3 (voir la remarque (3.15.2) et [14]).

Nous reprenons, dans cet article, le cas où $n = 3$ et G est primitif et retrouvons le résultat de Enriques et Fano [6] et Fano [7]. Une opération algébrique (G, X) est dite primitive si G ne laisse même localement aucun feuilletage analytique invariant. Nous classifions birationnellement les