Un phénomène de concentration évanescence pour des flots non-stationnaires incompressibles en dimension deux

S. Alinhac

Université de Paris-Sud, Département de Mathématiques, F-91405 Orsay Cedex, France

Abstract. We consider a sequence v_ε of non-stationary solutions of the incompressible 2D-Euler equation, locally bounded in L^2 . We prove that if the defect measure is supported in a one-dimensional set (in $\mathbb{R}^3$) of some special type (which we call “finite type”), the weak limit v of v_ε is a solution of the Euler equations: our theorem is of the type “concentration-cancellation”.

Introduction

Dans l'étude du problème de Cauchy pour les équations d'Euler incompressibles en dimension deux d'espace, Di Perna et Majda ont récemment introduit [1, 2] le concept de «suite de solutions approchées» (qui implique notamment des estimations a priori précises), et, pour ces dernières, les notions de «mesure de défaut réduite» et d'«ensemble de concentration» [3] (voir les rappels de la Sect. 1 du présent travail).

Il s'agit, dans ces travaux, d'étudier précisément la façon dont la suite des vitesses v_ε converge faiblement (mais non fortement) dans L^2 vers v . Un des phénomènes intéressants mis en évidence dans [3] est le phénomène de «concentration évanescence» (que les auteurs appellent «concentration-cancellation»): il arrive, si le défaut de convergence forte est «très petit» (en un sens à préciser), que la limite faible v soit quand même solution des équations d'Euler (bien qu'on ne puisse pas passer à la limite banalement dans ce cas).

Cela correspond au fait que la mesure de défaut satisfait alors une certaine équation.

Dans le cas d'une suite de solutions stationnaires $v_\varepsilon(x)$, un théorème de ce type a été obtenu par Di Perna et Majda (Théorème 3.1 de [3]), par une méthode de «troncatures-fantômes».

Nous présentons ici une condition suffisante, dans le cas général non-stationnaire. Comme Greengard et Thomann ont remarqué [5] que le Théorème 2 de [3] correspondait en fait à une situation de convergence forte de v_ε vers v , il