Propriétés d'intersection des marches aléatoires

I. Convergence vers le temps local d'intersection

J.-F. Le Gall

Laboratoire de Probabilités, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, Tour 56,
F-75230 Paris Cedex 05, France

Abstract. We study intersection properties of multi-dimensional random walks. Let X and Y be two independent random walks with values in $\mathbb{Z}^d$ ($d \leq 3$), satisfying suitable moment assumptions, and let I_n denote the number of common points to the paths of X and Y up to time n . The sequence (I_n) , suitably normalized, is shown to converge in distribution towards the “intersection local time” of two independent Brownian motions. Results are applied to the proof of a central limit theorem for the range of a two-dimensional recurrent random walk, thus answering a question raised by N. C. Jain and W. E. Pruitt.

Plan de l'article

1. Introduction.
2. Rappels sur le temps local d'intersection et la renormalisation de Varadhan.
3. Estimations asymptotiques pour le temps d'atteinte de 0 par une marche aléatoire.
4. Le cas de la dimension un.
5. Convergence en distribution vers le temps local d'intersection.
6. Un théorème central limite pour le nombre de points visités par une marche aléatoire plane récurrente.
7. Conclusion et remarques.

1. Introduction

Soient X et X' deux marches aléatoires indépendantes à valeurs dans $\mathbb{Z}^d$ ($d \geq 1$). Nous supposons toujours que X et X' sont centrées, ont des moments d'ordre deux et sont adaptées, au sens où la trajectoire de X , respectivement de X' , n'est presque sûrement pas portée par un sous groupe strict de $\mathbb{Z}^d$. On note $X(0, n)$, respectivement $X'(0, n)$, la trajectoire de X , resp. de X' , sur l'intervalle $[0, n]$. Soit $I_n = |X(0, n) \cap X'(0, n)|$ le nombre de points d'intersection des trajectoires de X et X'