Commun. Math. Phys. 119, 315–329 (1988)

Communications in Mathematical Physics

Effet d'Aharonov Bohm sur un état borné de l'équation de Schrödinger

B. Helffer

Département de Mathématiques, Université de Nantes, UA CNRS 758, F-44072 Nantes Cédex 03, France

Abstract. Cet article est consacré à l'étude de l'influence du champ magnétique sur la première valeur propre de l'équation de Schrödinger. On se propose d'exploiter quantitativement une remarque d'un article de Lavine O'Carroll par des méthodes semi-classiques. La comparaison de la distance d'Agmon du puits au support du champ magnétique et de la longueur minimale (d'Agmon) des chemins contournant le support joue un rôle essentiel dans les phénomènes mis en évidence.

1. Introduction

Soit $V \in C^\infty(R^n)$ un potentiel électrique $t \cdot q$

$$V \geqq C \quad \text{et} \quad V \xrightarrow[|X| \to \infty]{} \infty \tag{1.1}$$

et soit $\mathbf{A} = (A_1, \ldots, A_n)$ un potentiel magnétique dans $C^\infty(R^n, R^n)$. On notera

$$\omega_A = \sum_j A_j \, dx_j \quad \text{la 1-forme associée et} \tag{1.2}$$

$$\sigma_B = d\omega_A = \sum_{j<k} B_{jk} \, dx_j \wedge dx_k \tag{1.3}$$

la 2-forme champ magnétique.

L'opérateur de Schrödinger avec champ magnétique est alors défini par:

$$P_{A,V}(h) = \sum_{1 \leqq j \leqq n} (hD_{X_j} - A_j)^2 + V, \tag{1.4}$$

et on désignera dans la suite par $P_{A,V}^{\Omega}(h)$ la réalisation de Dirichlet dans un ouvert Ω, connexe, éventuellement non borné, mais de frontière $\partial\Omega$ régulière et bornée (cf. [RE-SI]). L'hypothèse (1.1) assure que $P_{A,V}^{\Omega}(h)$ est à résolvente compacte et le point de départ de notre travail était d'exploiter *quantitativement* une remarque heuristique d'un article de Lavine-O'Carroll.