Commun. Math. Phys. 91, 279–300 (1983)

Communications in
Mathematical
Physics

Operateurs conjugués et propriétés de propagation

E. Mourre

Centre de Physique Théorique, C.N.R.S. Luminy, Case 907, F-13288 Marseille Cedex 9, France

Abstract. We use an algebraic criteria (based on local positivity of a commutator) which asserts the existence of a direction of propagation for the flow e^{-iHt} associated to a self-adjoint operator H.

This criteria is applied to the Hamiltonian of three body quantum systems interacting through long range two body potentials. We found the singular spectral support of the Green functions or equivalently the phase space support of the propagation in the one channel or the coulomb interaction cases. Elementary applications to asymptotic completeness of general three body systems is given in [11b].

Introduction

Etant donné un opérateur auto-adjoint H, nous poursuivons selon la méthode ennoncée dans [10] l'étude des propriétés de propagation du flot e^{-iHt} associé, au moyen de la notion d'opérateurs conjugués et des techniques exposées dans [8, 9].

H étant un opérateur auto-adjoint sur un espace de Hilbert $\mathscr{H}$, un opérateur A est dit conjugué de H au voisinage du point E (voir [8]) si en particulier il existe $\alpha>0$, $\delta>0$ telles que

$$P_H(E,\delta)\, i[H,A]\, P_H(E,\delta) \geqq \alpha P_H(E,\delta)$$

où $P_H(E,\delta)$ désigne le projecteur spectral de H sur $(E-\delta, E+\delta)$ et $[H,A]$ la forme commutateur de H et $A: HA-AH$. A cette inégalité, les techniques développées dans [8] et [9] permettent d'associer trois types d'estimations a priori: quels que soient $[a,b]\subset(E-\delta,\ E+\delta)$ et $\nu>\frac{1}{2}$ il existe des constantes finies c_0, c_1, c_2 telles que:

$$\text{I)}\quad \sup_{\substack{\mathrm{Reel}\,Z\in[a,b]\\ \mathrm{Im}\,Z\neq 0}} \big\| |A+i|^{-\nu}(H-z)^{-1}|A+i|^{-\nu}\big\| \leqq c_0,$$

$$\text{II)}\quad \sup_{\substack{\mathrm{Reel}\,Z\in(a,b]\\ \pm\mathrm{Im}\,Z>0}} \big\| P_A^{\mp}(H-z)^{-1}|A+i|^{-2\nu}\big\| \leqq c_1,$$

$$\text{III)}\quad \sup_{\substack{\mathrm{Reel}\,Z\in[a,b]\\ \pm\mathrm{Im}\,Z>0}} \| P_A^{\mp}(H-z)^{-1}P_A^{\pm}\| \leqq c_2.$$