30. *Sur les fonctions partiellement elliptiques*

Par Etsuko HIRAI
Département de Mathématique, Université de Kyoto Sangyo

(Communicated by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., March 12, 1984)

Dans la présente note, on se place toujours dans un domaine produit $D=V\times C$ d'un domaine V sur le plan de x et de tout le plan C de y dans l'espace C^2 de deux variables complexes x et y. Le but de cette note est d'étudier des problèmes qui se produisent quand une fonction analytique $F(x, y)$ dans D est considérée comme famille de fonctions entières ou méromorphes de y admettant un paramètre x. On suppose donc que $\partial F/\partial y\not\equiv 0$. Pour un ensemble quelconque E dans D, $E(a)$ désigne la section de E par la droite analytique $x=a$. L dénote la droite analytique $y=0$ dans D.

1. Comme on peut aisément le voir, on a deux énoncés suivants.

A. *Soit $F(x, y)$ une fonction holomorphe dans D, et soit e l'ensemble de $a\in V$, tels que $F(a, y)$ soit un polynôme de y. Si e est non dénombrable, $F(x, y)$ est un polynôme de y à coefficients holomorphes en x dans V.*

B. *Soit $f(x, y)$ une fonction holomorphe dans un voisinage de L contenu dans D, et soit e l'ensemble de $a\in V$, tels que $f(a, y)$ puisse se prolonger analytiquement en un polynôme de y. Si e est non dénombrable, f doit être prolongée analytiquement dans D tout entier.*

Il est ici indispensable que e soit non dénombrable même s'il est partout dense dans V. Les énoncés sont aussi vrais même quand on considère des fonctions rationnelles au lieu de polynôme. De plus, on a l'énoncé suivant par T. Nishino [3].

Soit $F(x, y)$ une fonction holomorphe dans D, et soit e l'ensemble de $a\in V$, tels que $F(a, y)$ admette une période non nulle. Si e est non dénombrable, il en est de même pour tout x sauf au plus l'ensemble discret dans V.

Comme on peut facilement le voir, cet énoncé-ci ne peut pas être généralisé à la forme B. Mais, pour une fonction doublement périodique, on aura le

Théorème 1. *Soit $f(x, y)$ une fonction méromorphe dans un voisinage de L contenu dans D. Supposons qu'on puisse trouver un ensemble e non dénombrable tel que, pour tout $a\in e$, $f(a, y)$ puisse se prolonger analytiquement en une fonction elliptique de y. Alors, $f(x, y)$ peut se prolonger analytiquement dans D tout entier et, pour tout $a\in V$ sauf au plus un ensemble discret dans V, $f(a, y)$ devient une*