40. *Cohomologie à estimation L^2 et extension des fonctions holomorphes avec contrôle de la croissance*

Par Tsuneo YOSHIOKA
Department of Mathematics, Nara Women's University

(Communicated by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., March 12, 1981)

Soit $(F_1, \cdots, F_m)$ un système fini de fonctions holomorphes dans un ouvert pseudoconvexe Ω de C^n. Posons $\chi=\log \sum_i |F_i|^2$ et $t=\min\{n, m-1\}$. Soit s un réel>1. Soient p, q et r des entiers$\geqq 0$. On reprend les notations et les définitions d'Hörmander [1].

1. Le théorème 1 suivant est une extension du théorème 1 de Skoda [5] aux formes différentielles de bidegré (p, q) $\bar\partial$-fermées. Pour une fonction φ sémi-continue supérieurement dans Ω, pouvant prendre la valeur $-\infty$, on note $L^2_{(p,q)}(\Omega, \varphi)$ l'espace des formes u de bidegré (p, q) à coefficients localement de carré intégrable avec

$$\|u\|^2_\varphi=\int_\Omega |u|^2 e^{-\varphi}\, dV<+\infty,$$

dV étant la mesure de Lebesgue sur C^n.

Théorème 1. *Soit φ une fonction plurisousharmonique dans Ω. Pour toute $f \in L^2_{(p,q)}(\Omega, \varphi+(st+1)\chi)$ telle que $\bar\partial f=0$, il existe alors un système $(h_1, \cdots, h_m)$ tel que*

$$h_i \in L^2_{(p,q)}(\Omega, \varphi+st\chi), \qquad \bar\partial h_i=0 \quad (i=1, \cdots, m),$$

$$\sum_i F_i h_i=f, \qquad et \sum_i \|h_i\|^2_{\varphi+st\chi} \leqq \frac{s}{s-1}\|f\|^2_{\varphi+(st+1)\chi}.$$

Pour le démontrer, en poursuivant les raisonnements de Skoda, on voit qu'il suffit de montrer le

Théorème 2. *Soit X un ensemble analytique de dimension complexe$\leqq n-1$ dans un ouvert D de C^n. Soient $u \in L^2_{(p,q)}(D$, loc) et $v \in L^2_{(p,q+1)}(D$, loc). Si l'on a $\bar\partial u=v$ dans $D\backslash X$ au sens des distributions, alors on l'a dans D tout entier.*

On peut montrer le théorème 2 d'après le théorème de Fubini, la formule de Green-Stokes et la régularisation de Friedrichs.

2. D'après le théorème 1 et le théorème 2.2.1′ d'Hörmander [1], on peut montrer le

Théorème 3. *Soit φ une fonction plurisousharmonique dans Ω admettant e^α pour borne inférieure pour sa plurisousharmonicité, α étant une fonction réelle continue dans Ω. Supposons $q\geqq 1$. Alors, pour tout système $(f_1, \cdots, f_m)$ tel que*

$$f_i \in L^2_{(p,q)}(\Omega, \alpha+\varphi+st\chi),$$
$$\bar\partial f_i=0 \ (i=1, \cdots, m), \quad et \quad \textstyle\sum_i F_i f_i=0,$$