

## 56. Zur konformen Abbildung zweifach zusammenhängender Gebiete, IV.

Von Yûsaku KOMATU.

Institut für Mathematik, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., July 12, 1945.)

### C. Extremaleigenschaften und Verzerrungen.

#### 1. Extremalität der Kreisbogenschlitzabbildung.

Wir beginnen in der vorliegenden Note<sup>1)</sup> mit einem Problem über Verzerrungen betreffs der gegenseitigen Lagebeziehungen zwischen Pol und Nullstelle sowie den Randkomponenten des Bildgebiets für eine gewisse Klasse von den in einem konzentrischen Kreisringe meromorphen Funktionen.<sup>2)</sup> In den folgenden Überlegungen wird die Annahme der Regularität auf den Randperipherien für betreffende Funktionen bisweilen, aber lediglich, der eventuellen Einfachheit halber, gemacht. Sie läßt sich, wie man leicht übersehen kann, zwar wegfällen oder wenigstens durch eine weit schwächere ersetzen.

**Satz 1.** *Es sei  $\Omega(z)$  eine im Kreisringe  $(0 \leq q \leq |z| \leq 1)$  meromorphe Funktion, die daselbst, abgesehen von einem einfachen Pol  $z_\infty$  und einer einfachen Nullstelle  $z_0$ , regulär und nullstellenfrei sei. Sie braucht nicht notwendig dort schlicht zu sein, aber ihre Umlaufszahl um jede der Randkomponenten verschwinde.<sup>3)</sup> Man setze ferner*

$$\text{Max } |\Omega(z)| = \begin{cases} m_0^* & (|z| = q), \\ m_1^* & (|z| = 1) \end{cases}, \quad \text{und} \quad \text{Min } |\Omega(z)| = \begin{cases} m_{*0} & (|z| = q), \\ m_{*1} & (|z| = 1). \end{cases}$$

Für jede solche Funktion  $\Omega(z)$  gelten dann stets die Ungleichungen

$$\frac{m_{*1}}{m_0^*} \leq \left| \frac{z_\infty}{z_0} \right| \leq \frac{m_1^*}{m_{*0}};$$

sogar tritt jedes Gleichheitszeichen hierbei nur dann, wenn die betreffende Funktion  $\Omega(z)$ , abgesehen von nur einem konstanten Faktor, mit der in **A**, § 2 bis § 4 betrachteten, Kreisbogenschlitzabbildung von  $q < |z| < 1$  vermittelnden Funktion  $\omega_k(z; z_\infty, z_0)$  übereinstimmt.

**Beweis.** Es sei zuerst  $q > 0$ . Wegen der Regularität nebst der Nullstel-

1) Die früheren Noten unter demselben Titel finden sich in I. Proc. **21** (1945), 285; II. Ibid. 296; III. Ibid. 337.

2) Über verwandte Eigenschaft für Parallelschlitzabbildung vgl. man: Y. Komatu, Über Verzerrungen bei der konformen Parallelschlitzabbildung von zweifach zusammenhängenden Gebieten. Proc. **21** (1945), 1-5.

3) Diese letztgenannte Bedingung ist aber beim ausgearteten Falle  $q=0$  überflüssig, denn sie ist dann notwendigerweise erfüllt.