117. *Sur les Espaces Complets et Régulièrement Complets.* I

Par Kinjirô KUNUGI, M.J.A.

(Comm. July 12, 1954)

1. On sait que plusieurs théorèmes fondamentaux de la théorie des ensembles de points dans les espaces euclidiens restent valables pour les espaces métriques complets. Ainsi, dans les espaces métriques complets, tout ensemble ouvert non vide est de seconde catégorie, c.-à-d., n'est pas une réunion d'une famille dénombrable d'ensembles non denses.[1] D'autre part, si un espace métrique complet est dense en soi, il contient toujours des ensembles mesurables (B) de la vraie classe α, α étant un nombre ordinal quelconque de la première ou deuxième classe de Cantor,[2] et des ensembles analytiques non mesurables (B).[3]

Mais, tout récemment, MM. L.W. Cohen,[4] C. Goffman,[4] et R. Sikorski[5] ont réussi à franchir encore la limite des espaces métriques et ils ont établi presque toute la partie de la théorie des ensembles de points dans les espaces plus généraux. Le but de cette Note est de compléter les résultats de ces auteurs surtout pour la partie qui concerne au théorème de Baire et l'existence des classes des ensembles.

2. D'abord précisons les espaces généraux que nous allons considérer et définissons la notion d'être *complet* pour ces espaces.

Définition 1. Considérons un espace R où la topologie est donnée par un système de voisinages satisfaisant à la condition (A) et (C) de F. Hausdorff.[6] Soit p un point de R. Si le système de voisinages du point p ne satisfait pas à l'axiome (B) de Hausdorff, nous disons que la *profondeur* de R au point p—que nous désignerons par $\omega(R, p)$—est égale à zéro. S'il existe un voisinage de p qui est contenu dans tous les autres voisinages de p, nous disons que $\omega(R, p)$

1) R. Baire: Sur les fonctions de variables réelles, Ann. di Mat., **3**, 65 (1899); Voir aussi F. Hausdorff, Grundzüge d. Mengenlehre, p. 327.

2) H. Lebesgue: Sur les fonctions représentables analytiquement, Journ. d. math. Série 6, **1**, 209 (1905).

3) N. Lusin: Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications (1930). Un excellent exposé pour ces questions se trouve dans "Topologie I" de M. C. Kuratowski.

4) L. W. Cohen: Uniformity properties in topological space satisfying the first denumerability postulate, Duke Math. J., **3**, 610–615 (1937). L.W. Cohen and C. Goffman: A theory of transfinite convergence, Trans. Amer. Math. Soc., **66**, 65–74 (1949).

5) R. Sikorski: Remarks on some topological space of high power, Fundamenta Mathematicae, **37**, 125 (1950).

6) Ouvrage de F. Hausdorff cité dans 1), p. 213.