54. *Sur les Treillis de Boole $*$-Généraux*

Par Tokui SATŌ

Institut de Mathématiques, Université de Kobe

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., April 12, 1960)

1. Introduction. Dans un mémoire antérieur [4][1] nous avons traité les fonctions d'ensemble définies dans un corps borélien. Puisque ce corps est considéré comme représentation d'un treillis de Boole, la partie principle de notre analyse devrait s'appliquer sans aucun changement aux fonctionelles définies dans un treillis de Boole.

Le corps topologique des nombres réels est un des systèmes mathématiques les plus importants, et le treillis de Boole est un des membres importants du genre non-numérique d'algèbre universelle.

Cela posé, il est bien connu que les théories de la probabilité, de l'ergodicité et de la cybernétique jouent des grands rôles dans les sciences. C'est puisque ces théories sont des branches appliquées de l'analyse construite sur la synthèse de ces deux systèmes mathématiques.

A ce point de vue il me semble qu'il est bien naturel de proposer le problème suivant:

Chercher le système mathématique autant général que possible où les théorèmes de l'analyse classique subsistent.

Pour répondre à ce problème, nous introduisons, comme exemple, un système mathématique (treillis de Boole $*$-général), qui est une sorte de la géométrie continue de von Neumann, et voyons que presque tous les théorèmes obtenus dans le mémoire susmentionné [4] y subsistent.

2. Treillis de Boole $*$-général. Soit $x\to x^*$ une application d'un treillis T dans T. Lorsqu'on a $x^{**}=x$ $(x^{**}=(x^*)^*)$, $x\to x^*$ est appelée *application involutive*. Lorsqu'on a $x^*\geq y^*$ pour $x\leq y$, on dit que $x\to x^*$ est *antiordonnée*.

Lemme 1. *Une application involutive est biunivoque.*

Pour raisonner par l'absurde, supposons qu'on ait

$$y^*=z^*=x, \qquad y\neq z.$$

On aurait $y=z=x^*$, ce qui est absurde. C.Q.F.D.

On a immédiatement les lemmes suivants.

Lemme 2. *Si une application $x\to x^*$ est involutive et antiordonnée, elle est auto-duale.*

Lemme 3.[2] *Soient T un treillis avec élément nul* 0 *et élément universel* 1, *et $x\to x^*$ une application involutive et antiordonnée de*

---

1) Les chiffres dans les chrochets renvoient aux Références placées à la fin de cet article.

2) Voir [2, 3].