42. *La Solvabilité de Certains Equations sur les Nombres Ordinaux Transfinis. II*

Par Sôkiti NAGAI
Institut de Mathématiques, l'Université d'Iwaté, Morioka, Japon

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., April 12, 1961)

7. Dans la suite,[*] nous considérons le cas où $\zeta_1=\omega^{\alpha_1}\mu_1+\sigma+\mu_0$ $(\mu_0\geq 0)$. Encore pour ce cas, il concerne seulement aux couples ξ, η représentables finiment d'après le lemme 2, et nous le classifierons en deux sous-cas suivants:

(i) $\xi=\eta^{l_1}(\omega^{\alpha_1}\mu_1+\sigma)+\varepsilon$, c'est-à-dire, ζ_1 est un nombre limite,

(ii) $\xi=\eta^{l_1}(\omega^{\alpha_1}\mu_1+\sigma+\mu_0)+\varepsilon$, c'est-à-dire, ζ_1 est un nombre isolé.

Considérons d'abord le sous-cas (i). Pour que ξ est représentable finiment par rapport à η, il faut et il suffit que ξ est développable comme suit

$$\xi=\eta^{l_1}(\omega^{\alpha_1}\mu_1+\delta)+\eta^{l_2}\cdot\nu_2+\cdots+\eta^{l_t}\cdot\nu_t, \tag{7.1}$$

où $t\geq 1$, $\mu_1<\lambda_1$, $l_{i-1}>l_i(2\leq i\leq t)$, pour m arbitraire et a convenablement choisi. Donc, nous avons

$$\sum_{i=1}^{p}\xi^{m_i}\cdot a_i=\sum_{i=1}^{p}\{\eta^{(l_1+1)m_i}\cdot\nu_i'+\eta^{(l_1+1)m_i-(l_1+1-l_2)}\cdot\nu_2 \\ +\cdots+\eta^{(l_1+1)m_i-(l_1+1-l_t)}\cdot\nu_t\}, \tag{7.2}$$

où $t(\leq l_1)$, $m_i(1\leq i\leq p)$ $(m_{j-1}>m_j(2\leq j\leq p))$ sont arbitraires et a_i $(1\leq i\leq p)$ sont choisis de façon que $\mu_1 a_i=\lambda_1\nu_i'$, où $\nu_i'<a_i$. Par suite, en revoyant (7.2) comme l'équation (E^*), nous avons la

Proposition I_1. *Si l'équation (E^*) remplit les conditions suivantes:*

(I_1') *$F(\xi)$ est similaire à $G(\eta)$, $e_1(\geq 2)$ est un nombre naturel et $c_1(<1)$ est un nombre fractionnaire, ou bien $F(\xi)$ est presque similaire à $G(\eta)$, $e_1(\geq 3)$ est un nombre naturel tel que $2\leq t\leq e_1-1$, $e_2\geq 2$ et $e_t<e_1$, et $c_1(<1)$ est un nombre fractionnaire,*

elle a au moins des solutions ξ, η satisfaisant aux conditions suivantes:

(I_1'') $\xi=\eta^{\frac{n_1}{m_1}-1}(\omega^{\alpha_1}\mu_1+\delta)+\eta^{\frac{n_1}{m_1}-(n_1-n_2)}\cdot b_2+\cdots+\eta^{\frac{n_1}{m_1}-(n_1-n_t)}\cdot b_t$,

où $1\leq t\leq\dfrac{n_1}{m_1}-1$, $n_1-n_2\geq 2$, $\dfrac{n_1}{m_1}>n_1-n_t$ *et η est un nombre limite et arbitraire sauf λ_1 qui satisfait à* $\dfrac{\mu_1}{\lambda_1}=\dfrac{b_1}{a_1}$.

Puis, pour le sous-cas (ii), pour que ξ est représentable finiment

---

[*] S. Nagai: La solvabilité de certains équations sur les nombres ordinaux transfinis. I, Proc. Japan Acad., **37**, 121-126 (1961).