

**156. Le principe de domination de Ninomiya pour
les potentiels pris par rapport au noyau
invariable de composition**

Par Masayuki ITÔ

Institut Mathématique, Université de Nagoya

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Oct. 12, 1967)

1. Nous prenons une fonction non-négative continue $\varphi(t)$ pour une variable réelle positive t telle qu'on ait $\lim_{t \rightarrow 0} \varphi(t) \geq 0$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$. Dans l'espace euclidien R^m à dimension $m (\geq 3)$, nous considérons une fonction $k(x) = \varphi(|x|)$ et supposons toujours que $k(x)$ est localement sommable. Cette fonction k est appelée un noyau invariable de composition. Le potentiel et l'énergie d'une mesure positive μ pris par rapport au noyau k sont définis respectivement comme $k_\mu(x) = \int k(x-y) d\mu(y) = \int \varphi(|x-y|) d\mu(y)$ et $I_k(\mu) = \int k_\mu d\mu$. Spécialement, le potentiel d'ordre $\alpha (0 < \alpha < m)$ d'une mesure positive μ est défini comme $u_\mu^{(\alpha)}(x) = \int |x-y|^{\alpha-m} d\mu(y)$.

Le principe de domination: On dit que le noyau invariable de composition k satisfait au principe de domination si, quelles que soient μ et ν deux mesures positives, l'inégalité $k_\mu(x) \leq k_\nu(x)$ est satisfaite partout dans R^m dès qu'elle l'est sur le support S_μ de μ .

Dans ce mémoire, nous démontrerons les théorèmes suivants:

Théorèmes 1. *Supposons que le noyau invariable de composition k satisfait au principe de domination, et soit $2 \leq \alpha < m$. Quelles que soient μ et ν deux mesures positives dans R^m , l'inégalité $k_\mu(x) \leq u_\nu^{(\alpha)}(x)$ est satisfaite partout dans R^m dès qu'elle l'est sur S_μ .*

Théorème 2. *Sous les conditions ci-dessus, quelles que soient μ et ν deux mesures positives dans R^m , l'inégalité $u_\mu^{(\alpha)}(x) \leq u_\nu^{(\alpha)}(x)$ est satisfaite partout dans R^m dès que l'inégalité $k_\mu(x) \leq k_\nu(x)$ est satisfaite sur S_μ .*

Ninomiya [9] a démontré les théorèmes ci-dessus dans le cas où $k(x) = |x|^{\alpha'-m}$, où $0 < \alpha' \leq 2$ ou $0 < \alpha' < m$ d'accord avec $m \geq 3$ ou $m = 1, 2$. De plus, les formes plus générales de ces théorèmes ont été démontrées dans Ninomiya [10] et Itô [4].

En employant le théorème 1, nous obtiendrons le théorème suivant:

Théorème 3. *Soit k un noyau invariable de composition satisfait au principe de domination. Pour un ensemble compact K , si la capacité $\text{cap}_k(K)$ de K pris par rapport au noyau k est*