217. Eine Verallgemeinerung des Begriffes der absolut-p-summierenden Abbildung

Von Irmtraud STEPHANI
Sektion Mathematik, Friedrich Schiller-Universität

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., Nov. 12, 1970)

1. Nach Pietsch heißt eine lineare Abbildung T eines Banach-Raumes E in einen Banach-Raum F *absolut-p-summierend*, wenn es eine Zahl $\rho>0$ gibt, so daß für jedes endliche System $x_1, x_2, \cdots, x_n$ von Elementen aus E die Ungleichung

$$\sum_{i=1}^{n} \|Tx_i\|^p \leq \rho^p \cdot \sup_{\|a\|\leq 1} \sum_{i=1}^{n} |\langle x_i, a\rangle|^p \tag{1.1}$$

besteht. Gleichbedeutend damit ist die Existenz eines normierten positiven Radonschen Maßes μ auf der schwach kompackten Einheitskugel U^0 des dualen Banach-Raumes E' von E, das für $\|Tx\|$ die Abschätzung

$$\|Tx\|^p \leq \rho^p \int_{U^0} |\langle x, a\rangle|^p \, d\mu \tag{1.2}$$

leistet (vgl. [5]).

In ihrer Arbeit "On classes of Summing Operators. I" (vgl. [1]) ersetzen Craiu und Istrăţescu die Potenzfunktion $\phi(t)=t^p$, auf die sich für $p\geq 1$ der Begriff der absoluten p-Summierbarkeit gründet, durch eine N-Funktion im Sinne von Krasnoselskii-Rutizkii (vgl. [2]). Allerdings wird $\phi(t)$ nicht als eine beliebige N-Funktion vorausgesetzt, sondern gewissen zusätzlichen Bedingungen unterworfen. In der vorliegenden Arbeit soll demgegenüber ein *Verfahren zur Verallgemeinerung des Begriffes der absoluten p-Summierbarkeit* aufgezeigt werden, das nicht auf derartige einschränkende Bedingungen für $\phi(t)$ angewiesen ist, sondern sogar eine umfassendere Funktionenklasse als die Klasse der N-Funktion zuläßt.

2. Es sei $\phi(t)$ eine *konvexe φ-Function* im Sinne von Orlicz (vgl. [3], [4]), d.h. eine für $t\geq 0$ definierte stetige, monoton wachsende und konvexe funktion mit $\phi(0)=0$. Eine lineare Abbildung T eines Banach-Raumes E in einen Banach-Raum F soll dann eine *Abbildung vom Typ* A_ϕ genannt werden, wenn mit einer festen Zahl $\rho>0$ für jedes endliche System $x_1, x_2, \cdots, x_n$ von Elementen aus E und von positiven Zahlen $\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_n$ die Ungleichung

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \phi\left(\frac{\|Tx_i\|}{\rho}\right) \leq \sup_{\|a\|\leq 1} \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \phi(|\langle x_i, a\rangle|) \tag{2.1}$$

besteht. Die so definierte Operatorenklasse A_ϕ erweist sich als ein