151. *Sur une classification des langages d'états finis*

Par Masami ITO
Université Kyoto-Sangyo

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., Nov. 13, 1972)

1. Introduction. Nous nous rappelons que le nombre des classes de E-équivalence d'un langage d'états finis est fini. Il serait intéressant de voir comment des classes de E-équivalence sont distribuées dans un langage d'états finis. Dans ce mémoire, nous essayons de classifier des langages d'états finis de ce point de vue et d'appliquer cette classification à la théorie de l'espace contextuel [3].

Quant aux notions et aux symboles que nous employons dans ce mémoire, nous voudrions demander aux lecteurs de voir M. Ito [1] et [2].

2. Langage d'états finis de θ-type. Pour un langage d'états finis $\mathcal{L}=(A, L)$, nous introduisons une paire des nombres $\langle p, q\rangle$ et nous l'appelons *la paire d'indices* du langage $\mathcal{L}$. Les nombres p, q s'y présentent respectivement comme les nombres des classes de E-équivalence $\{S(x)\,;\, x\in L\}$, $\{S(y)\,;\, y\in A^+-L\}$.

De plus, nous appelons $\mathcal{L}$ *le langage de θ-type*, si $p/(p+q)\geq\theta$ $(0\leq\theta\leq 1)$.

3. Distribution des classes de E-équivalence. Nous étudions dans cette section un état de la distribution des classes de E-équivalence d'un langage d'états finis, ayant le diamètre n. Dans ce but, nous introduisons les symboles $\mathfrak{S}_n(\theta)$ et $\mathfrak{T}_n(\theta_1, \theta_2)$. $\mathfrak{S}_n(\theta)$ se présente comme l'ensemble de tous les langages de θ-type, qui ont le diamètre n. Nous posons $\mathfrak{T}_n(\theta_1, \theta_2)=\mathfrak{S}_n(\theta_1)-\mathfrak{S}_n(\theta_2)$ $(0\leq\theta_1<\theta_2\leq 1)$.

Nous avons le théorème suivant:

Théorème 1. *Soient n un nombre naturel et θ_1, θ_2 deux nombres quelconques tels que $0\leq\theta_1<\theta_2\leq 1$. Nous avons alors $\mathfrak{T}_n(\theta_1, \theta_2)\neq\emptyset$.*

Démonstration. *En cas de $n=1$.* Posons $A=\{a\}$ et $L=\{a, a^2, a^3, \cdots, a^{r-2}, a^{r-1}, a^{r+s}, a^{r+s+1}, a^{r+s+2}, \cdots\}$; r, s étant deux nombres naturels quelconques. Nous pouvons alors constater aisément que le langage $\mathcal{L}=(A, L)$ a la paire d'indices $\langle r, s\rangle$ et $d(\mathcal{L})=1$. La démonstration sera perfectionnée par le fait que nous pouvons donner n'importe quelle valeur pour les nombres r et s.

En cas de $n>1$. Posons $A=\{a, a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}\}$ et $L=\{a, a^2, a^3, \cdots, a^{r-2}, a^{r-1}, a^{r+s}, a^{r+s+1}, \cdots\}\cup\{aa_1^p\,;\, p=1, 2, 3, \cdots\}\cup\{aa_1^{p_1}a_2^{p_2}\,;\, p_1, p_2=1, 2, 3, \cdots\}\cup\cdots\cup\{aa_1^{p_1}a_2^{p_2}a_3^{p_3}\cdots a_{n-1}^{p_{n-1}}\,;\, p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{n-1}=1, 2, 3, \cdots\}$; r, s étant deux nombres naturels quelconques. Nous pouvons montrer que le langage $\mathcal{L}=(A, L)$ a la paire d'indices $\langle r+n-1, s+n(n-1)/2+1\rangle$