

119. Ueber den Führer eines Relativ-Abelschen Zahlkörpers.

VON MASAO SUGAWARA,

Mathematisches Institut, Kaiserl. Universität zu Tokio.

(Eing. d. 30, Sep., 1926. Vorgelegt von T. TAKAGI, M.I.A., d. 12, Okt., 1926.)

Herr H. Hasse hat aus der Hecke'schen Funktionalgleichung der L -Funktion den folgenden Satz hergeleitet:¹⁾

Ist K ein relativ-Abelscher Körper über k , der Klassenkörper zur Idealgruppe H vom Index n aus k ist, so ist die Relativediskriminante $\mathfrak{d}$ von K nach k das Produkt $\prod_{\chi} \mathfrak{f}_{\chi}$ der Führer aller n Charaktere χ nach H .

Aus diesem Satz bestimme ich den Exponent der höchsten Potenz eines Primteilers l von n in k , die in Führer von K aufgeht.

Wenn die vorgelegte Idealgruppe H vom Index n nicht zyklisch ist, so seien die Primzahlpotenzen $l_1^{v_1}, \dots, l_s^{v_s}$ mit dem Produkt n die Invarianten ihrer Faktorgruppe $G|H$; dann gibt es ein System von s Idealgruppen H_i der Indizes $l_i^{v_i}$ mit zyklischen Faktorgruppen $G|H_i$, deren Durchschnitt $H = [H_1, H_2, \dots, H_s]$ ist.

Es seien nun $K_1, \dots, K_s$ die Klassenkörper zu $H_1, H_2, \dots, H_s$ mit den Führern $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \dots, \mathfrak{f}_s$, dann ist nach einem Satze von Prof. Takagi²⁾,

$$K = \{K_1, K_2, \dots, K_s\}$$

und $\mathfrak{f} =$ dem kleinsten gemeinsamen Multiplum von $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \dots, \mathfrak{f}_s$. Daher können wir uns auf den relativ-zyklischen Körper vom Primzahlpotenzgrade l^h beschränken.

Ist K_h ein solcher Körper, wird mit K_v der in K_h enthaltene relativ-zyklische Oberkörper von k vom Relativgrade l^v und mit K_t der Trägheitskörper für l bezeichnet, dann geht l in die Relativ-diskriminante $\mathfrak{d}$ von K_h k genau zur Potenz mit dem Exponenten:

$$(l-1)l^t \sum_{m=1}^{h-t} (v_m+1) l^{h-t-m}$$

1) H. Hasse, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Jhrber. deutsch. Math. Ver., 35 (1926), 38 (Satz 16).

2) T. Takagi, Ueber eine Theorie des relativ Abel'schen Zahlkörpers, Journ. Coll. Sc. Tokyo, 41 (1920), 96.