

160. Einige Bemerkungen über schlichte Funktionen.

Von Kenzo JOH.

Technische Fakultät, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Dec. 12, 1933.)

In der vorliegenden Note betrachte ich die Klasse von analytischen Funktionen

$$(1) \quad w=f(z)=z+\dots\dots,$$

die in $|z|<1$ regulär bzw. meromorph und schlicht sind.

Neuerdings hat Herr Strohäcker¹⁾ den folgenden Satz bewiesen:

Es sei $w=f(z)=z+\dots\dots$ regulär und schlicht konvex in $|z|<1$. Von zwei Randpunkten des Bildgebietes G von $|z|<1$, die auf derselben Nullgeraden, aber auf verschiedenen Seiten des Nullpunktes liegen, ist mindestens einer vom Nullpunkt um mindestens $\frac{\pi}{4}$ entfernt.

Erstens geben wir einen ganz einfachen Beweis für diesen Satz. Dabei modifizieren wir den genannten Satz in der folgenden verallgemeinerten Form:

Es sei $w=f(z)=z+\dots\dots$ regulär und schlicht konvex in $|z|<1$. C_1, C_2 seien zwei Randpunkte des Bildgebietes G von $|z|<1$, die auf derselben Nullgeraden, aber auf verschiedenen Seiten des Nullpunktes liegen, so ist der Abstand der zwei Randpunkte C_1, C_2 nicht kleiner als $\frac{\pi}{2}$.

Zum Beweise benutzen wir das Pólyasche Verfahren²⁾ für den trans-finiten Durchmesser³⁾ von der abgeschlossenen beschränkten Punktmenge, deren komplementäre Punktmenge (die enthält den unendlichen Punkt) einfach zusammenhängend ist.

Nun sei G der Bereich auf der w -Ebene (der enthält den Punkt $w=0$) abgebildet von einer beliebigen Funktion $w=f(z)$ der Klasse (1) in $|z|<1$ und A die komplementäre abgeschlossene Punktmenge von G auf der w -Ebene. Mittels der reziproken Transformation $\zeta=\frac{1}{w}$ geht

1) Math. Zeits., **37** (1933), 356–380.

2) Math. Ann., **99** (1928), 687–706. Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., (1928), 228–232, 280–282; (1929), 55–62.

3) M. Fekete: Math. Zeits., **17** (1923), 228–249; a.a.o. 2).