13. *Sur les fonctions générales définies dans le domaine des nombres complexes.*

Par Motokiti KONDÔ.

Institut de Mathématiques, L'Université Impériale de Hokkaido, Sapporo.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Feb. 12, 1936.)

Soient D un domaine contenu dans le plan des nombres complexes et $\varphi(z)$ une fonction définie sur D dont les valeurs appartiennent au domaine des nombres complexes. Il nous parait, alors, que $\varphi(z)$ ne soit qu'une combinaison linéaire de deux fonctions réelles $U(z)$ et $V(z)$, parties réelle et imaginaire de $\varphi(z)$,· et que nous ne puissions établir les propriétés intéressantes sur $\varphi(z)$ sans admettre la régularité sur $\varphi(z)$. Cependant, d'après la caractéristique du domaine des nombres complexes, on peut établir des plusieurs propositions intéressantes sur $\varphi(z)$, pareilles aux théorèmes dans la théorie des fonctions analytiques d'une variable complexe.[1] Dans cette Note et dans celles qui paraîtront ulterieurement, nous allons montrer comment nous pouvons obtenir ces propositions sur $\varphi(z)$.

1. *Le principe de M. Lindelöf.* Nous allons donner tout d'abord le principe de M. Lindelöf et leurs applications sur les fonctions quelconques.

Théorème 1. Soient D un domaine, E un sous-ensemble non dense contenu dans D qui jouit des propriétés suivantes: 1° $D-E$ est un domaine, 2° Quels que soient le point frontière z_0 de D et le nombre positif ε, il existe un voisinage $U(z_0)$ de z_0, tel que la frontière de $U(z_0)$ soit disjointe de E, et $\varphi(z)$ une fonction continue uniforme définie sur D, tel qu'on ait 3°, $\varphi(z)$ soit univalente au voisinage de chaque point de $D-E$, 4° On puisse définir un nombre positif M, comme il suit: quels que soient le point frontière z_0 de D et le nombre positif ε, il existe un voisinage $U(z_0)$ de z_0, tel qu'on ait $|\varphi(z)|\leqq M+\varepsilon$ en tout point de $U(z_0)D$. Nous pouvons alors affirmer que l'inégalité $|\varphi(z)|<M$ est vérifiée en tout point de D.

Démonstration. Commençons par donner quelques terminologies geométriques. Nous dirons une courbe fermée généralisée une image localement topologique de l'ensemble de points $e^{i\theta}$ $(0\leqq\theta\leqq 2\pi)$. Étant donnée une courbe fermée généralisée C contenue dans le plan des nombres complexes, nous appellerons la partie intérieure de C l'ensemble de tous les points z du plan tels qu'on ne puisse joindre z et ∞ par une courbe disjoint de C et que z n'appartienne pas à C. On peut alors énoncer le lemme suivant sur les composantes E^* de E.

1) Les fonctions non régulières ont été étudiées par MM. S. Shimizu, K. Yoshida, S. Kakutani, H. Grötsch, S. Stöilow, et M. Lavrentieff, voir p. ex.,

S. Shimizu: 幾近函數論 (岩波講座).

K. Yoshida et S. Kakutani: 全國紙上數學談話會 40, 41, 49, 52號.

H. Grötsch: Leipziger Berichte, **80** (1928).

S. Stöilow: Annales Sc. d. l'Ec. Norm. Sup. (3) **45** (1928).

M. Lavrentieff: Comptes Rendus, **200** (1935).