

58. Geometrie des Integrals $\int (Ly''' + M) dx$.

Von Hitoshi HOMBU.

Mathematisches Seminar, Hokkaido Kaiserliche Universität, Sapporo.

(Comm. by S. KAKÉYA, M.I.A., June 12, 1936.)

In der letzten Arbeit habe ich die Theorie einer allgemeinen Massbestimmung $\int F(x, y, y', y'', y''') dx$ gegenüber der Gruppe aller Berührungstransformationen behandelt.¹⁾ Im Folgenden möchte ich mich mit einer der dabei ausgeschlossenen Fälle beschäftigen, wo F die Gestalt $L(x, y, y', y'')y''' + M(x, y, y', y'')$ annimmt.

Wir setzen drei von vier invarianten Pfaffschen Ausdrücken in der folgenden Gestalt voraus:

$$(1) \quad \begin{aligned} \omega &= Ldy'' + Mdx + \alpha\delta y' + \beta\delta y, \\ \omega_1 &= \lambda\delta y, \quad \omega_2 = \mu(\delta y' + \gamma\delta y), \end{aligned}$$

und fordern

$$[I] \quad \omega' \equiv 0 \pmod{\omega_1, \omega_2},$$

woraus folgt

$$(2) \quad \alpha = M_{y''} - DL \quad (DL \equiv L_{y'}y'' + L_y y' + L_x).$$

Mittels des vierten Pfaffschen Ausdrucks ω_3 stellen wir die Forderungen

$$[II] \quad \omega'_1 \equiv [\omega_2\omega_3] \pmod{\omega_1},$$

$$[III] \quad \omega'_2 \equiv [\omega\omega_3] \pmod{\omega_1, \omega_2}$$

auf, woraus ergeben sich

$$(3) \quad \omega_3 \equiv -\frac{\lambda}{\mu} dx \pmod{\omega_1, \omega_2},$$

$$(4) \quad \mu^2 = \lambda L.$$

Da nach (1), [I]

$$\begin{aligned} \omega' &\equiv [(a_{y''} - L_{y'})dy'' + (\beta + D\alpha - M_{y'})dx, \delta y'] \pmod{\omega_1} \\ &\quad (D\alpha \equiv a_y y'' + a_x), \end{aligned}$$

so behandeln wir jede der zwei Fälle $a_{y''} - L_{y'} \neq 0$ oder $= 0$ folgendermassen:

(A) $a_{y''} - L_{y'} \neq 0$. Dann werden β, μ (folglich λ nach (4)) so bestimmt:

$$(5) \quad \beta = \frac{M}{L} (a_{y''} - L_{y'}) + (M_{y'} - D\alpha),$$

$$(6A) \quad \mu = L^{-1} (a_{y''} - L_{y'}), \quad \lambda = L^{-3} (a_{y''} - L_{y'})^2,$$

indem man fordert:

$$[I'A] \quad \omega' \equiv [\omega\omega_2] \pmod{\omega_1}.$$

1) H. Hombu, Invariantentheorie des Integrals $\int F(x, y, y', y'', y''') dx$, Proc. 12 (1936), S. 156.