76. Über die Dualität der Überdeckungen.

Von Atuo KOMATU.

Osaka.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Oct. 12, 1936.)

Die von K. Reidemeister eingeführten Überdeckungen[1] topologischer Komplexe können verallgemeinert werden und dann ihre Dualitätsbeziehungen erklärt werden.

Es sei ein n-dimensionaler zusammenhängender orientierter Zellenraum[2] K vorgelegt. Die Inzidenzbeziehung zwischen den Zellen a_i^k und a_j^{k-1} sei in bekannter Weise durch die Inzidenzmatrix ε_{ij}^k $(0, \pm 1)$ festgelegt.

Unter einer Überlagerung von K verstehen wir einen n-dimensionalen Zellenraum U, dessen Zellen je eindeutig eine Zelle aus K zugeordnet sei, über der sie liegen.

Inzidieren zwei Zellen aus U miteinander, so sollen auch die zugehörigen Zellen aus K inzidieren. Die Anzahl der Zellen über derselben Zelle von K ist für alle Zellen die gleiche.

Eine Überlagerung U heisse eine u-Überdeckung, wenn die Zellen über derselben Zelle aus K eine kommutative Gruppe $\mathfrak{A}$ bilden und jeder Zelle u aus U_u eineindeutig ein Symbol xa_i^k zugeordnet, worin x ein Element aus der Gruppe $\mathfrak{A}$ zeigt. Jede Zelle xa_i^k inzidiert mit einer Zelle $x'a_j^{k-1}$, wenn die Zellen a_i^k und a_j^{k-1} in K inzidieren, und zwar ist die Zuordnung $x\gamma = x'$ ein Automorphismus der Gruppe $\mathfrak{A}$.

Analog definieren wir eine o-Überdeckung U_o. Wenn eine Zelle ya_j^{k-1} aus U_o mit einer Zelle $y'a_i^k$ inzidiert, so ist die Zuordnung $y\bar{\gamma} = y'$ ein Automorphismus der Gruppe $\mathfrak{A}$.

Unter einer Kette k-ter Dimension aus U verstehen wir eine Funktion $f^k(a_i^k)$, die jeder Zelle des orientierten Zellenraumes K ein Element der Gruppe $\mathfrak{A}$ zuordnet und zwar unter der Bedingung $f^k(-a^k) = -f^k(a^k)$.[3] Wir definieren den u-Rand bzw. o-Rand einer Kette f^r in folgender Weise

$$g_u f^r = f^{r-1} = \sum_{a_i^r \to a_j^{r-1}} \varepsilon_{ij}^r \gamma_{ij}^r f^r(a_i^r),$$

$$g_o f^r = f^{r+1} = \sum_{a_j^{r+1} \to a_i^r} \varepsilon_{ji}^{r+1} \bar{\gamma}_{ij}^{r+1} f^r(a_i^r).$$

Die u-Homologiegruppen bzw. o-Homologiegruppen einer u-Überdeckung bzw. o-Überdeckung lassen sich nun wie üblich erklären.

Um die Dualität zu beweisen, benutzen wir das folgende Lemma.

Es seien $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ zwei im kleinen bikompakte topologische Abelsche Gruppen, von denen jede die Charakterengruppe der anderen im Sinne

---

1) K. Reidemeister: Überdeckungen von Komplexen. Crelle's Jour. Bd. 173.

2) A. Kolmogoroff: Über die Dualität im Aufbau der kombinatorischen Topologie. (Recueil Mathématique. T. 1. 1936).

A. W. Tucker: An abstract approach to manifolds. Ann. of Math. **34** (1933).

3) Vgl. A. Kolmogoroff: a. a. O.