109. *Klassenkörpertheorie im Grossen für unendliche algebraische Zahlkörper.*[1]

Von Mikao MORIYA.

Mathematisches Institut der Hokkaido Kaiserlichen Universität, Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 12, 1936.)

Anschliessend an meine Untersuchung über die Klassenkörpertheorie im Kleinen für unendliche algebraische Zahlkörper[2] ist es mir neulich gelungen, über unendlichen algebraischen Zahlkörpern als Grundkörpern ein Analogon zur Klassenkörpertheorie im Grossen zu entwickeln. In der vorliegenden Note will ich darüber eine vorläufige Mitteilung geben.[3]

Zunächst betrachten wir alle derjenigen *archimedischen* Bewertungen eines unendlichen algebraischen Zahlkörpers k, die jeder rationalen Zahl ihren absoluten Betrag als ihre Bewertung angeben, und ordnen einer solchen Bewertung von k wie üblich eine *unendliche Primstelle* $\mathfrak{p}_\infty$ zu.

Ist der Körper k der Vereinigungskörper einer Folge von Körpern endlichen Grades $k_1 \subset k_2 \subset \cdots\cdots \subset k_i \subset \cdots\cdots$, so induziert die $\mathfrak{p}_\infty$ entsprechende Bewertung von k in einem Körper k_i eine einzige archimedische Bewertung, welche ihrerseits einer unendlichen Primstelle $\mathfrak{p}_{i\infty}$ von k_i entspricht.[4] Sind nun zwei Körper k_i, k_j aus der obigen Körperfolge herausgegriffen und $k_i \subset k_j$, so induziert die durch $\mathfrak{p}_\infty$ in k_j induzierte unendliche Primstelle $\mathfrak{p}_{j\infty}$ die unendliche Primstelle $\mathfrak{p}_{i\infty}$ von k_i. Also ist $\mathfrak{p}_\infty$ durch eine Folge der unendlichen Primstellen $\mathfrak{p}_{1\infty}, \cdots\cdots,$ $\mathfrak{p}_{i\infty}, \cdots\cdots$ bestimmt: $\mathfrak{p}_\infty = \lim_{i\to\infty} \mathfrak{p}_{i\infty}$. Wenn zwei unendliche Primstellen $\mathfrak{p}_\infty = \lim_{i\to\infty} \mathfrak{p}_{i\infty}$ und $\mathfrak{q}_\infty = \lim_{i\to\infty} \mathfrak{q}_{i\infty}$ gegeben sind, dann definiere ich $\frac{1}{i+1}$ als die *Entfernung* von $\mathfrak{p}_\infty$ und $\mathfrak{q}_\infty$, wenn $\mathfrak{p}_{1\infty} = \mathfrak{q}_{1\infty}$, $\mathfrak{p}_{2\infty} = \mathfrak{q}_{2\infty}, \cdots\cdots, \mathfrak{p}_{i\infty} = \mathfrak{q}_{i\infty}$, aber $\mathfrak{p}_{i+1\infty} \neq \mathfrak{q}_{i+1\infty}$ sind. Gibt es aber keine solche Zahl i, so setzen wir die Entfernung von $\mathfrak{p}_\infty$ und $\mathfrak{q}_\infty$ gleich Null. Die soeben definierten Entfernungen zwischen den unendlichen Primstellen erfüllen die Entfernungsaxiome, wie man sich leicht überzeugt.[5]

Mit Hilfe der oben eingeführten Entfernung kann man *konvergente Folgen* und *Fundamentalfolgen* der unendlichen Primstellen von k definieren.[6] Es zeigt sich dann, dass die Gesamtheit aller unendlichen Primstellen von k einen vollständigen Raum bildet.

---

1) Vor kurzem habe ich durch eine briefliche Mitteilung erfahren, dass Herr O. Schilling auch eine Begründung dieser Theorie gefunden hat. Seine Arbeit, welche in manchen Stellen und methodisch von der meinigen verschieden sind, erscheint demnächst in irgendeiner amerikanischen Zeitschrift.

2) Moriya, Klassenkörpertheorie im Kleinen für die unendlichen algebraischen Zahlkörper, Journ. Science, Hokkaido, Vol. 5 (1936).

3) Eine ausführliche Darstellung dieser Note erscheint demnächst in Journ. Science, Hokkaido, Vol. 6.

4) Siehe etwa Hasse, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Teil I bzw. Teil Ia, Jahresbericht d. D.-M.-V. Bd. XXXV bzw. Bd. XXXVI. Diese Arbeiten bezeichne ich mit H. I und H. Ia.

5) Siehe etwa Hausdorff, Mengenlehre, Berlin (1927), S. 94.

6) Hausdorff, loc. cit. S. 103.