105. Sur un ensemble universel pour les ensembles boreliens définis sur la famille de tous les ensembles linéaires CA.

Par Motokiti KONDÔ.

L'Institut Mathématique, l'Université Impériale de Hokkaido, Sapporo.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Dec. 12, 1936.)

Dans sa note,[1] M. W. Sierpiński a donné un exemple d'un ensemble analytique plan universel pour les ensembles linéaires mesurables (B). Comme il se sert du théorème d'unicité sur les ensembles analytiques dans sa méthode, on ne peut pas appliquer sa méthode sur les ensembles boreliens[2] définis sur une famille d'ensembles. Or, en appliquant la théorie des cribles, on peut donner une méthode qui nous permet de construire tels ensembles universels. Ici, nous nous satisfaisons de démontrer le

Théorème. *Il existe un ensemble* ACA[3] U *plan universel pour les ensembles boreliens définis sur la famille* $\mathfrak{A}$ *de tous les ensembles linéaires* CA.

Démonstration. Nous définirons d'abord un système de Souslin $\{H_{n_1 n_2 \dots n_k}\}$ d'ensembles A_ρ[4] contenus dans le plan $R(x, y)$, comme il suit: quel que soit le système de Souslin $\{E_{n_1 n_2 \dots n_k}\}$ d'ensembles linéaires A_ρ, il existe un nombre réel y_o, tel qu'on ait $H^{(y_o)}_{n_1 n_2 \dots n_k} = E_{n_1 n_2 \dots n_k}$.[5]

Pour les nombres

$$Z_{n_1 n_2 \dots n_k} = \frac{1}{2^{n_1}} + \frac{1}{2^{n_1+n_2}} + \cdots\cdots + \frac{1}{2^{n_1+n_2+\cdots+n_k}},$$

prenons dans l'espace $R(x, y, z)$ l'ensemble

$$H = \sum H_{n_1 n_2 \dots n_k} \times (Z_{n_1 n_2 \dots n_k}).$$

Puis, nous définirons dans le plan $R(z, t)$ le crible L de façon que les conditions suivantes soient remplies: 1°, le crible L est l'ensemble CA et ne contient que les points tels que les coordonnées Z soient rationnelles, 2°, quel que soit le point t_o de l'axe OT, l'ensemble $L^{(t_o)}$ est bien ordonné le long de la direction négative de l'axe OZ, 3°, quel que soit le nombre ordinal $\alpha (< \Omega)$, il existe au moins un point t_o sur l'axe OT,

1) W. Sierpiński: Sur un ensemble analytique plan, universel pour les ensembles mesurables (B). Fund. Math., **12** (1928), 75–77.

2) Nous entendrons par ensemble borelien défini sur la famille $\mathfrak{A}$ d'ensembles tout ensemble qui peut être obtenu par l'application répétée (indéfiniment) des deux opérations, soustraction de deux ensembles déja définis et addition d'une infinité dénombrable d'ensembles déja définis, à partir des ensembles de la famille $\mathfrak{A}$.

3) On appelle ensemble ACA tout ensemble qui est le noyau du système de Souslin formé d' ensembles CA.

4) On dit ensemble $A\rho$ tout ensemble qui est défini comme la différence des deux ensembles A.

5) Pour un ensemble E de plan $R(x, y)$, désignons par $E^{(x_o)}$ ou $E^{(y_o)}$ l'ensemble de tous les points de E, tels que les coordonnées $x=x_o$ ou $y=y_o$.