No. 9.]

90. Bemerkung über den M. Moriyaschen Aufbau der Klassenkörpertheorie über Algebraischen Funktionenkörpern.

Von Yukiyosi KAWADA.

Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universität, Tokyo. (Comm. by T. Takagi, M.I.A., Nov. 12, 1937.)

Neulich hat M. Moriya die Klassenkörpertheorie über algebraischen Funktionenkörpern K in einer Unbestimmten mit endlichem Konstantenkörper rein arithmetisch-algebraisch konstruiert. Daran anschliessend beweise ich in der vorliegenden Note den folgenden

Satz. Es sei Z eine endliche separable zyklische Erweiterung vom Grade n über K. Es sei h der Index der Z zugeordnete Takagische Divisorengruppe²⁾ mod. f in K. Dann ist

$$h=n\big(\mathfrak{B}(A):\mathfrak{A}^{1-s}(A)\big)\,(\eta^*:\varepsilon_{\nu})$$
.

Dabei ist

f der Führer³⁾ von Z/K,

ein erzeugender Automorphismus von Z/K,

 $\mathfrak A$ bzw. A die Gruppe aller Divisoren bzw. Elemente $(\neq 0)$ aus Z,

 $\mathfrak{B}(A)$ die Gruppe der Divisorenklassen des Hauptgeschlechtes,

 η^* bzw. ϵ_{ν} die Gruppe der Einheiten aus K, die Relativnorm eines Elementes aus Z bzw. Normenrest mod. f sind.

Wie bei Chevalley⁴⁾ folgt aus diesem Satz der von Moriya ohne Hilfe der Analysis bewiesenen Satz:¹⁾

Es gibt in K einen Divisor, dessen Artin-Symbol vom Einselement der galoisschen Gruppe von Z/K verschieden ist.

Nachdem die volle Klassenkörpertheorie nach der Moriyaschen Methode aufgebaut und damit h=n festgestellt wird, gewinnen wir wie bei der algebraischen Zahlentheorie den Hauptgeschlechtsatz und Normensatz für relativzyklische Erweiterungen.

Da all dies ohne Hilfe der Analysis bewiesen wird, so lässt sich die ganze Theorie der R. Brauerschen Algebrenklassengruppe über K, die Witt⁵⁾ mit Hilfe der Z-Funktion im Hyperkomplexen konstruierte, unter Zuhilfenahme vom Tsenschen Satze,⁶⁾ analog wie bei Hasse,⁷⁾ rein arithmetisch-algebraisch aufbauen.

¹⁾ M. Moriya, Rein arithmetisch-algebraischer Aufbau der Klassenkörpertheorie über algebraischen Funktionenkörpern in einer Unbestimmte mit endlichem Konstantenkörper. Proc. 13 (1937), 180–182.

²⁾ Vgl. C. Chevalley, Sur la théorie du corps de classes dans les corps finis et les corps locaux. Jour. of Fac. of Sci. Tokyo, Sect. 1. Vol. II: 9 (1933), 425.

³⁾ Vgl. H. Hasse, Die Struktur der R. Brauerschen Algegrenklassengruppe über einem algebraischen Zahlkörper. Math. Ann., 107 (1933), 755.

⁴⁾ C. Chevalley, loc. cit. (2), 442.

⁵⁾ E. Witt, Riemann-Rochscher Satz und Z-Funktion im Hyperkomplexen. Math. Ann., 110 (1935).

⁶⁾ C. Tsen, Divisorenalgebren über Funktionenkörpern. Gött. Nach., 1933.

⁷⁾ H. Hasse, loc. cit. (3).