

PAPERS COMMUNICATED

39. Gemeinsame Behandlung der Differential- und Integralinvarianten der Kurven und der „Horn Angles“ in den elliptischen konformen, parabolischen konformen und hyperbolischen konformen Ebenen¹⁾.

Von Tsurusaburo TAKASU.

Mathematisches Institut der Tohoku Kaiserlichen Universität, Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., June 12, 1941.)

1. Einleitung. Herr J. M. Feld hat Differential- und Integralinvarianten ebener Kurven und „Horn Angles“ unter den konformen Transformationen mit Benutzung von seinen verallgemeinerten Schwarzschen Ableitungen behandelt²⁾. Im folgenden möchte ich die entsprechenden Invarianten in den elliptischen (d. h. gewöhnlichen) konformen, parabolischen konformen und hyperbolischen konformen Ebenen³⁾ gemeinsam behandeln.

2. Die zu Grunde liegenden komplexen Zahlen. Die elliptischen | parabolischen | hyperbolischen konformen Transformationen seien :

$$\begin{aligned} Z &= f(z), & \bar{Z} &= \bar{f}(\bar{z}), \\ Z &= X + mY, & \bar{Z} &= X - mY, \end{aligned}$$

$$z = x + my = \sqrt{x^2 - m^2 y^2} e^{m\theta}, \quad \bar{z} = x - my = \sqrt{x^2 - m^2 y^2} e^{-m\theta},$$

$$m = i, \quad i^2 = -1, \quad | \quad m = p = \text{Infinitesimale}, \quad p^2 = 0, \quad | \quad m = h, \quad h^2 = +1,$$

wobei X, Y, x und y reelle Zahlen sind, so dass die Bedingungen

$$X_x = Y_y, \quad m^2 X_y = Y_x$$

bestehen.

Es sei $\phi(z, \bar{z}) = 0$ die Gleichungen einer Kurve in der z -Ebene und $\phi(Z, \bar{Z}) = 0$ die ihres Bildes.

3. Drei Arten von konformen Invarianten der „ m -Horn Angles“ erster Ordnung. Die beiden analytischen Bögen c_1 und c_2 , deren Gleichungen bzw.

$$\phi_1(z, \bar{z}) = 0, \quad \phi_2(z, \bar{z}) = 0$$

sind, bilden ein „ m -Horn Angle“ im Punkte p in der z -Ebene und C_1, C_2 , deren Gleichungen bzw.

1) Dieses Stück gehört zur Reihe von Untersuchungen, welche finanziell vom Unterrichtsministerium unterstützt sind.

2) J. M. Feld, Differential and Integral Invariants of Plane Curves and Horn Angles. Bull. Amer. Math. Soc., **47** (1941), 318–327.

3) Vgl. T. Takasu, Gemeinsame Behandlungsweise der elliptischen konformen, hyperbolischen konformen und parabolischen konformen Differentialgeometrien. Proc. **16** (1940), 333–340. Siehe auch die Schlussbemerkung!