15. Über einfache distributive Systeme unendlicher Ränge.

Von Tadasi NAKAYAMA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Nagoya.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1944.)

Vor kurzem hat A. Kurosch[1] die Brauer-Noethersche Theorie der direkten Produkte einfacher Algebren auf den Fall ohne Endlichkeitsbedingungen auszudehnen in Angriff genommen. Unter anderem hat er künstlich mit einer sehr interessanten und bedeutsamen Methode bewiesen, dass ein direktes Produkt zweier einfachen Ringe mit Einselementen, deren eines normal ist, wieder einfach ist, was auch die Einfachheit eines normal-einfachen Ringes bei Grundkörpererweiterungen zur Folge hat. Weiter bewies er, dass das Produkt eines normaleinfachen Ringes mit einem zu ihm reziprok-isomorphen Ringe fundamental[2] ist. Den Beweis des ersteren Satzes betreffend, möchte ich hier bemerken, dass er, jedoch es ist dort nicht ausdrücklich erwähnt, auch auf nicht-assoziative distributive Systeme angewandt werden kann.

Das Ziel der vorliegenden Note[3] besteht darin, auf einem anderen Wege die Theorie neu zu begründen. Unsere Methode hat den Vorteil, wie es mir scheint, dass sie im obigen ersteren Satz die Nebenbedingung über Einselemente zu schwächern ermöglicht und damit seinen begleitenden Satz über Grundkörpererweiterungen von der unangenehmen Annahme der Existenz des Einselementes befreit, was besonders bei allgemeinen distributive Systemen, wie Lieschen Ringen, von der Bedeutung sein mag. Die Vorliegende Behandlung bildet also auch eine Verallgemeinerung der Theorie der normal-einfachen distributiven Systeme endlicher Ränge, die u. a. von H. Landherr, N. Jacobson und M. Abe entwickelt worden ist[4]. Grundlegend für das folgende ist eine Theorie von C. Chevalley, die sich mit den Ringen mit einfachen oder voll-reduziblen treuen Darstellungsmoduln beschäftigt; Wir werden sie im Anhang der vorliegenden Note skizzieren, da sie, soviel ich weiss, noch nirgends publiziert ist.

Es sei nun R ein distributives System, d. h. eine additive Gruppe, in der eine Art von Multiplikation unter einzigen Bedingung definiert ist, dass sie beiderseitig-distributiv ist: $(a+b)c=ac+bc$, $c(a+b)=ca+cb$. R sei weiter als einfach angenommen, d. h. es gebe in R kein nicht-

1) A. Kurosch, Direct decompositions of simple rings, Recueil Math. **53** (1942).

2) Sieh unten Satz 3.

3) Ich bin Y. Matsushima für seine freundlichen Kritik und Bemerkungen zu meinem herzlichen Dank verpflichtet.

4) H. Landherr, Über einfache Liesche Ringe, Abb. Hamburg **11** (1936); N. Jacobson, Note on non-associative algebras, Duke Math. J. **3** (1937); M. Abe, Eine Bemerkung über einfache distributive Systeme, Proc. Imp. Acad. **16** (1940); M. Abe, Irreduzibilitität und absolute Irreduzibilität des Matrizensystems, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **24** (1942).