

87. Über die Begrenzung eines besonderen Gebietes.

Von Ken'iti KOSEKI.

Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universität zu Kyoto.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., July 12, 1944.)

Eine Teilmenge b aus einer Menge a heisst „Tranche fondamentale“ von a , wenn b ein Kontinuum ist, das die Summe von endlicher oder abzählbarer Anzahl von Häufungskontinuen in a und unzerlegbaren Kontinuen aus a ist, und das bezüglich solcher Eigenschaft grösste Teilmenge aus a ist. Eine Menge a heisst „monostratique“, wenn a aus nur einzigem „Tranche fondamentale“ besteht.

Nach der Untersuchungen von C. Kuratowski¹⁾, lässt sich ein beschränktes Kontinuum r , das gemeinsame Begrenzung²⁾ von zwei Gebieten $\mathcal{G}_1$ und $\mathcal{G}_2$ und nicht monostratique ist, in Teilkontinuen „Tranches fondamentales“ zyklisch zerlegen. Dabei heisst Zerlegung $r = \sum t_x$ zyklisch, wenn t_x „Tranche fondamentale“ ist und zwei verschiedene „Tranches fondamentales“ zueinander punktfremd sind, und wenn Index x Kreisperipherie durchschreitet und aus Beziehung $\lim x_n = x_0$, Beziehung $\limsup t_{x_n} < t_{x_0}$ folgt.

In dieser Note³⁾ will ich nachrichten meine neueren Untersuchungen über die Menge von den Punkten von r , welche zu demselben „Tranche fondamentale“ gehören und allseitig erreichbar von einem von den zwei Gebieten aus sind. Zu diesem Zweck behandle ich erstens die Menge von den Punkten, die erreichbar gleichzeitig von $\mathcal{G}_1$ und $\mathcal{G}_2$ aus sind.

Satz I. Sei r eine beschränkte Menge, die die gemeinsame Begrenzung von zwei Gebieten $\mathcal{G}_1$ und $\mathcal{G}_2$ ist. Dann gibt es in jedem Häufungskontinuum aus r höchstens nur einzigen Punkt, der erreichbar gleichzeitig von $\mathcal{G}_1$ und $\mathcal{G}_2$ aus ist.

Für Beweisführung dieses Satzes, wie auch für die von folgender drei Sätze II, III und IV, ist der folgende Satz von A. Rosenthal⁴⁾ höchst nützlich:

Die Summe von zwei beschränkten Kontinuen t_1 und t_2 , die zwischen den Punkten A und B irreduzibel sind und ausser A und B keine Punkte gemein haben, bestimmt in der Ebene genau zwei Gebiete, die von ganzen Kontinuum $t_1 + t_2$ begrenzt werden.

Von Satze I wird der Satz von A. Schoenflies über dem umgekehrten Problem von Jordanschem Kurven Satze folgenderweise erweitert:

1) C. Kuratowski. Sur la structure des frontières communes à deux régions. Fund. Math. **12** (1928).

2) Diese Menge ist von grosser Bedeutung für Untersuchungen von „Coupures Irréductibles“.

3) Im folgenden liegt Euklidische Ebene stets zugrunde.

4) A. Rosenthal. Teilung der Ebene durch irreduzible Kontinua. Sgb. Bay. Ak. Wiss. (1919).