145. *Support et support singulier de l'hyperfonction*

Par Mitsuo MORIMOTO

(Comm. by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., Sept. 13, 1971)

Introduction. Soit V une variété réel-analytique orientée. $\mathcal{B}$ (resp. $\mathcal{A}$) désigne le faisceau des germes d'hyperfonctions (resp. de fonctions réel-analytiques) sur V. Soit T^*V l'espace fibré des espaces cotangentiels sur V. $S^*V=(T^*V\setminus V)/\boldsymbol{R}^+$ se dit l'espace fibré des sphères cotangentielles. On note par $(x, i\xi\infty)$ le point de S^*V qui est la classe du vecteur cotangentiel $(x, \xi)\in T^*V$. π désignera la projection canonique de S^*V sur V. On peut construire un faisceau $\mathcal{C}$ sur S^*V et une application $\beta: \mathcal{B}\to\pi_*\mathcal{C}$ tels que la suite suivante soit définie et exacte:

$$0\to\mathcal{A}\xrightarrow{\alpha}\mathcal{B}\xrightarrow{\beta}\pi_*\mathcal{C}\to 0,$$

où α est l'injection naturelle et $\pi_*\mathcal{C}$ est l'image directe du faisceau $\mathcal{C}$ par la projection π (Voir pour les détails [4, 5, 6]). Pour une hyperfonction f sur V, le support de la section βf du faisceau $\mathcal{C}$ sur S^*V s'appelle le support singulier de f, que l'on note par $\mathrm{S.S.}\,f=\mathrm{supp}\,\beta f$.

On sait que les faisceaux $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ sont flasques [2], mais le support singulier de f restreint la forme possible du support de f, et vice versa. Un cas très fondamental de cette phénomème est le lemme dû à Kawai-Kashiwara, qu'ils emploient pour démontrer le théorème d'Holmgren. Citons ce lemme pour la commodité du lecteur.

Lemme (le lemme (8.5) de [6]). *Soient f une hyperfonction sur Ω un voisinage d'un point $x_0\in V$, φ une fonction réel-analytique sur Ω telle que $d\varphi_{x_0}\neq 0$. Supposons que f satisfait à deux conditions suivantes:*

a) $\mathrm{S.S.}\,f\not\ni(x_0, i(d\varphi_{x_0})\infty)$ *ou* $\mathrm{S.S.}\,f\not\ni(x_0, -i(d\varphi_{x_0})\infty)$;

b) $\mathrm{supp}\,f\subset\{x\in\Omega\,;\,\varphi(x)\leqq\varphi(x_0)\}$.

Alors f s'annule au voisinage du point x_0.

Nous présentons dans cette note un théorème de la quasi-analyticité des hyperfonctions de certain type. Notre théorème donne un autre example de l'interdépendance du support et du support singulier d'une hyperfonction.

Remarquons ici le rapport de nos résultats avec des résultats en cas de distributions. Dans la terminologie du chapitre 5 de Vladimirov [7], notre théorème se correspond à l'enveloppe $B(G)$ de domaine G, tandis que le lemme de Kawai-Kashiwara se correspond à l'enveloppe $B_\Gamma(G)$.

Présentation du théorème. On suppose dorénavant que la variété V est un ouvert d'un espace euclidien réel E à $n+1$ dimensions. E^*