103. *Sur la Structure des Fonctions d'Ensemble dans les Groupes Topologiques Localement Compacts. II*

Par Shizu ENOMOTO

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., July 12, 1955)

Dans cette Note, nous examinerons surtout les structures des ensembles de Baire et celles des fonctions d'ensemble mesurables de Baire dans le groupe topologique $\mathfrak{G}$ localement compact, non discret et σ-compact. Dans la Note "Sur la structure des fonctions d'ensemble dans les groupes topologiques localement compacts. I",[1] nous avons introduit la notion des branches de voisinages de l'unité dans $\mathfrak{G}$, et nous avons considéré les groupes quotients $\hat{\mathfrak{G}}_b$ déterminés par les branches de voisinages b, qui sont localement compacts, séparables et de plus isomorphes à des espaces métriques. Nous montrerons d'abord que, pour les études des structures des ensembles de Baire dans $\mathfrak{G}$, il suffit d'examiner celles des ensembles de Baire (donc des ensembles de Borel) dans les groupes quotients $\hat{\mathfrak{G}}_b$. On verra ensuite qu'il en est de même pour les structures des fonctions d'ensemble mesurables de Baire dans $\mathfrak{G}$. Enfin, nous donnerons une propriété d'ensemble compact quelconque dans $\mathfrak{G}$.

Une partie de ces résultats est déjà connue.[2] Mais, nous les traiterons en faisant appel à la notion de branche de voisinages.

Examinerons tout d'abord la profondeur du groupe topologique localement compact et non discret, qui a été déjà utilisée dans la Note I sans démonstration.

Lemme 2. *Dans le groupe topologique $\mathfrak{G}$ localement compact et non discret, la profondeur*[3] *est* ω_0.

Démonstration. Soit $\theta_n\,(n=0,1,2,\ldots)$ une suite des voisinages ouverts de l'unité telle que $\bar{\theta}_0$ soit compact et que $\theta_n \supseteq \theta_{n+1}\theta_{n+1}^{-1}$ (égalité exclue) pour tout $n=0,1,2,\ldots$ — on peut choisir toujours une telle suite. Montrons qu'il n'y a aucun voisinage de l'unité qui est contenu dans tous les θ_n de la suite. Supposé qu'il y ait un voisinage de l'unité θ tel que $\theta \subseteq \bigcap_{n=1}^{\infty}\theta_n$, posons $G_0=\bigcap_{n=1}^{\infty}\theta_n$. Alors, on voit aussi-

1) Shizu Enomoto: Sur la structure des fonctions d'ensemble dans les groupes topologiques localement compacts. I, Proc. Japan Acad., **31**, 284 (1955).

2) Voir, P. R. Halmos: Measure Theory, K. Kodaira: Über die Beziehung zwischen den Massen und den Topologien in einer Gruppe, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, **23**, 83 (1941).

3) Voir, pour la définition de profondeur, Kinjirô Kunugi: Sur les espaces complets et régulièrement complets. I, Proc. Japan Acad., **30**, 553 (1954).