34. *Eine Eigenschaft des topologischen Schnittringes*

Von Joseph WEIER

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., April 13, 1959)

Bezeichne E einen euklidischen Raum positiver Dimension. Die weiterhin benutzten Simplexe aus E sind gradlinig und hinsichtlich ihrer Trägerebene offen. Eine geschlossene topologische Mannigfaltigkeit in E, die Vereinigungsmenge endlich vieler solcher Simplexe ist, heisse euklidisch. Sei P eine geschlossene euklidische Mannigfaltigkeit in E. Sind dann C_1, C_2 in P gelegene endliche ganzzahlige Ketten mit

$$\dim C_1 + \dim C_2 \geq \dim P,$$

$$|\partial C_1| \cap |C_2| = 0 \quad \text{und} \quad |C_1| \cap |\partial C_2| = 0,$$

so bestimmt (vergleiche [1], [4] oder [8]) das Paar (C_1, C_2) eine ganzzahlige endliche Homologieklasse H mit $\dim H = \dim C_1 + \dim C_2 - \dim M$. Befinden sich C_1 und C_2 zueinander in allgemeiner Lage, so bestimmt (C_1, C_2) eindeutig einen Zyklus C_{12} mit $C_{12} \in H$. Wie man [4] oder [9] entnimmt, ist

$$C_{12} \sim 0,$$

wenn $C_1 = \partial D_1$ und $\partial C_2 = 0$ oder $\partial C_1 = 0$ und $C_2 = \partial D_2$ gilt, wobei die D_i Ketten aus M bedeuten.

Seien nun m, n natürliche Zahlen mit $m \geq 2n$, weiter M eine m-dimensionale und N eine n-dimensionale orientierte zusammenhängende geschlossene euklidische Mannigfaltigkeit, ferner $f: M \to N$ eine stetige Abbildung. Dann bestimmt, wie unten auseinandergesetzt ist, f ein System von ganzzahligen endlichen Zyklen

$$z_{ij}, \quad i=1,\cdots,r, \quad j=1,\cdots,r,$$

der Dimension $m-2n+1$, die die Eigenschaften haben: *ist $z_{ij} \nsim 0$ für wenigstens ein Paar (i, j), so ist f wesentlich; liegt f' in der gleichen Homotopieklasse wie f und bilden die ganzzahligen endlichen $(m-2n+1)$-Zyklen*

$$z'_{ij}, \quad i=1,\cdots,r', \quad j=1,\cdots,r',$$

das zu f' gehörige System und ist etwa $r \leq r'$, so kann man jedem z_{ij} derart eineindeutig ein $z'_{\varphi(i,j)}$ zuordnen, dass $z_{ij} \sim z'_{\varphi(i,j)}$ für alle $(i, j) \leq (r, r)$ und dass sämtliche Zyklen z'_{ij}, die nicht Bild eines Zyklus z_{ij}, nullhomolog sind.

Zur Erklärung der z_{ij} seinen a ein Punkt aus N und $f^{-1}(a)$ ein endliches $(m-n)$-Polyeder A, weiter $A_1, A_2, \cdots$ die Komponenten von A. Sind A^1, A^2 zwei, nicht notwendig verschiedene, der Polyeder A_i und existiert eine Kurve c^τ, $0 \leq \tau \leq 1$, in M mit $c^0 \in A^1$ und $c^1 \in A^2$ derart, dass die geschlossene Kurve $f(c^\tau)$, $0 \leq \tau \leq 1$, innerhalb N nullhomolog ist,