136. *Ueber Transformation von Kompakten in die Sphäre*

Von Joseph WEIER

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Dec. 12, 1959)

Sind A ein kompakter metrischer Raum, A_1 eine abgeschlossene Teilmenge von A, B eine Gerade und f eine stetige Abbildung von A_1 in B, so existiert nach einem bekannten Theorem [4] eine stetige Fortsetzung von f über $A-A_1$. Diser Satz lässt sich in verschiedener Richtung verschärfen. Zum Beispiel kann man B durch einen lokal konvexen linearen Raum ersetzen, wie in [1] gezeigt wird. Andere Wege zur Verallgemeinerung des vorgenannten Theorems werden in [2] und [5] beschritten. In der vorliegenden Arbeit werden Abwandlungen des in Rede stehenden Theorems herangezogen, um folgenden Satz zu beweisen:

Sind C ein kompakter metrischer Raum, S eine Sphäre, g eine wesentliche Abbildung von C in S und h eine unwesentliche Abbildung von C in S, so hat die Gleichung $g(p)=h(p)$ wenigstens eine Lösung.

1. Sind A, B metrische Räume, $\{f^\tau\}$ eine Homotopie stetiger Abbildungen von A in B und $f^1(A)$ ein Punkt, so heisse f^0 nullhomotop. Die weiterhin auftretenden Simplexe sind offen und gradlinig. Wenn $C_1, C_2, \cdots$ endlich viele solcher Simplexe aus dem euklidischen Raume E sind, so heisse $\sum \bar{C}_i$ ein endliches Polyeder. Wenn D_1, D_2 Teilmengen von E, so bedeute $d(D_1, D_2)$ den Abstand dieser Mengen und $d(D_1)$ den Durchmesser von D_1.

In [6] habe ich bewiesen:

Satz 1. *Sind A ein kompakter metrischer Raum, A_1 eine abgeschlossene Teilmenge von A, B eine kompakte topologische Mannigfaltigkeit und f eine stetige Abbildung von A_1 in B, so existieren eine in A offene Menge U mit $A_1 \subset U$ und eine stetige Fortsetzung von f über $U-A_1$.*

Wir wollen weiter zeigen:

Satz 2. *Seien A eine kompakte Menge in dem euklidischen Raume E, B eine kompakte topologische Mannigfaltigkeit und f eine unwesentliche Abbildung von A in B. Dann existieren eine in E offene Menge U mit $A \subset U$ und eine unwesentliche Abbildung f' von U in B mit $f' \mid A = f \mid A$.*

Beweis. Seien n die Dimension von E und E_1 die Menge aller Punkte $p=(\alpha_1, \cdots, \alpha_n)$ aus E mit $\alpha_n=0$. Dann kann man weiterhin annehmen, dass $A \subset E_1$. Für $0 \leq \tau \leq 1$ sei A^τ die Menge aller Punkte $(\alpha_1, \cdots, \alpha_n)$ aus E mit $(\alpha_1, \cdots, \alpha_{n-1}, 0) \in A$ und $\alpha_n = \tau$. Da f unwesentlich ist, gibt es eine stetige Abbildung φ von $\sum A^\tau$ in B mit $\varphi \mid A^0 = f$ und