15. *Sur les Équations Différentielles Algébriques du Type $f(y, y')=0$*

Par Hirobumi MIZUNO
Faculté des Sciences Mécaniques, Université de Meiji, Tokyo
(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., Feb. 12, 1960)

Introduction. Briot et Bouquet s'étaient proposé de déterminer toutes les equation $f(y, y')=0$, où $f(Y, Z)$ est un polynôme de Y et Z dont l'intégrale générale est une fonction uniforme; la réponse à cette question est que si l'équation $f(y, y')=0$ admet une solution uniforme, la courbe $f(Y, Z)=0$ est nécessairement du genre zéro ou un, et dans ce cas cette solution n'introduit pas de transcendantes distinctes de la fonction exponentielle et des fonctions elliptiques.

Nous allons considérer le problème au point de vue plus générale et chercher les intégrales de l'équation $f(y, y')=0$, le genre p de la courbe $f(Y, Z)=0$ étant quelconque. Si (y_0, z_0) est un point simple sur la courbe $f(Y, Z)=0$, le théorème d'existence affirme que l'équation $f(y, y')=0$ admette une solution locale et une seule $y=\psi(x)$ satisfaisant aux conditions $y_0=\psi(x_0)$, $z_0=\psi'(x_0)$, pour chaque x_0. Par la continuation analytique de cette fonction on aura une solution globale, mais on ne peut plus espérer en général que cette solution soit uniforme, d'après le résultat mentionné ci-dessus. Cependant il se peut que l'équation donnée admette une solution infiniment multiforme. Nous montrerons dans ce mémoire qu'en effet cela arrive et donnerons explicitement la représentation globale d'une telle solution.

§1. *Variétés jacobiennes.* Soit Γ une courbe algébrique $f(X, Y)=0$ de genre p. Soient $\int\omega=\left(\int\omega_i\right)$ le système des p intégrales abéliennes de première espèce linéairement indépendantes, $\boldsymbol{a}_k$ $(1\leq k\leq 2p)$ les vecteurs de ses périodes le long des cycles C_k, C_k étant $2p$ cycles 1-dimensionnels homologiquement indépendants sur Γ. Nous désignons par $\mathfrak{C}^p$ l'espace vectoriel de dimension p sur le corps des complexes $\mathfrak{C}$, par $\varDelta$ le groupe engendré par $2p$ vecteurs $\boldsymbol{a}_k$; $\varDelta$ est un sous-groupe discret de rang $2p$ dans $\mathfrak{C}^p$ et l'espace quotient $\Theta=\mathfrak{C}^p/\varDelta$ est un tore complexe de dimension p.

D'après la théorie des variétés abéliennes, toute fonction symétrique des p points (x_i, y_i) variables indépendants sur Γ est une fonction abélienne admettant $2p$ périodes $\boldsymbol{a}_k$, définie dans l'espace $\mathfrak{C}^p$ et elle induit une fonction méromorphe sur le tore Θ; réciproquement on peut montrer que toute fonction méromorphe sur Θ est une fonction symétrique des p points variables sur Γ. Donc si l'on désigne par