171. *Sur determinant de Jacobi et relation fonctionnelle*

Par Tokui SATŌ

Départment de Mathématiques, Université de Kōbe

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Nov. 12, 1965)

1. Introduction. Depuis C. G. Jacobi, il est bien connu qu'il y a une relation locale parmi les fonctions $f_1(x_1, \cdots, x_m), \cdots, f_m(x_1, \cdots, x_m)$, si le déterminant fonctionnel $\dfrac{\partial(f_1, \cdots, f_m)}{\partial(x_1, \cdots, x_m)}$ s'annule dans un domaine D. Cependant dans leur célèbre mémoire[1] K. Knopp et R. Schmidt ont démontré l'existence d'une relation globale dans D tout d'un trait dépassant les bornes du problème local, et dès lors plusieurs mathématiciens ont poursuivi le même sujet. Leurs résultats sont très intéressants, mais il me semble qu'ils sont trop élants, je voudrais rechercher l'existence de relations globales par la méthode de continuation de relations locales.

2. Soit $f(x_1, \cdots, x_m)$ une fonction définie dans un domaine D. Lorsque $f(x_1, \cdots, x_m)$ est différentiable au sens de Stolz en un point $(x_1, \cdots, x_m)$, nous dirons simplement que $f(x_1, \cdots, x_m)$ est différentiable au point $(x_1, \cdots, x_m)$. Lorsque $f(x_1, \cdots, x_m)$ est différentiable à chaque point de D, nous appellerons $f(x_1, \cdots, x_m)$ fonction différentiable dans D, et défignerons ce fait par $f(x_1, \cdots, x_m) \in C^d[D]$. Nous rappelons le théorème suivant, car il est très important quoiqu'il soit bien connu. Nous l'expliquons sous une forme convenable pour mettre en évidence que dans ce théorème il ne s'agit que de l'existence locale de relation fonctionelle.

Théorème 1. *Soit*

$$f_j(x_1, \cdots, x_m) \qquad (j=1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

un système de fonctions différentiables dans un voisinage du point $(a_1, \cdots, a_m)$ *et* r *le rang de la matrice fonctionnelle*

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}, \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}, \cdots\cdots, \dfrac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}, \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}, \cdots\cdots, \dfrac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \cdots\cdots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial x_1}, \dfrac{\partial f_n}{\partial x_2}, \cdots\cdots, \dfrac{\partial f_n}{\partial x_m} \end{pmatrix} \tag{2}$$

du système (1).

---

1) K. Knopp und R. Schmidt: Funktionaldeterminanten und Abhängigkeit von Funktionen. Math. Zeitscher., **25**, 373-381 (1926).