170. *Sur la régularité des points frontières relative à l'équation linéaire du type elliptique et du second ordre dans le problème de Dirichlet.* II

Par Seturo SIMODA

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Nov. 12, 1965)

§ 3. Cas $c(x)$ non-positif. Régularité au sens Lebesgue-Bouligand.

Maintenant, nous allons donner une autre définition de la régularité.

DÉFINITION 3.1. (*Régularité au sens Lebesgue-Bouligand*). On dit qu'*un* point $\Xi \in \partial d$ est *régulier* ($\mathfrak{L}u=0$) *pour* d *au sens de Lebesgue-Bouligand* (ou au sens [LB] abréviativement), lorsque et seulement lorsqu'il existe une hypersphère ouverte Σ centrée sur Ξ et une fonction $V \in \boldsymbol{C}(d \cap \Sigma)$ remplissant les conditions suivantes:

[1] $V(x)>0$ dans $d \cap \Sigma$ entier,

[2] $\lim\limits_{\substack{x \to \Xi \\ (x \in d \cap \Sigma)}} V(x)=0$ et

[3] V est (10)-surfonction dans $d \cap \Sigma$.

A propos de telle régularité, le théorème qui suit est aisé à prouver:

THÉORÈME 5. *Si un point* $\Xi \in \partial d$ *est régulier* ($\mathfrak{L}u=0$) *pour* d, Ξ *est en même temps régulier* ($\mathfrak{L}u=0$) *pour* d *au sens* [LB].

Preuve. Si $\Xi \in \partial d$ est régulier ($\mathfrak{L}u=0$) pour d, il existe une hypersphère ouverte Σ et une $\Psi \in \boldsymbol{C}^2(d \cap \Sigma)$, qui d'elle-même satisfait à [1], [2], et [3], c.q.f.d.

Si l'inverse de ce théorème était établie, il résulterait une équivalence entre la régularité au sens [LB] et celles des autres sortes. Quoique l'établissement de l'inverse de Théorème 5 est ainsi favorable à nous et il y a toute apparence qu'elle sera affirmative, nous n'avons pas réussi à la démontrer. Mais, si nous préferons, plutôt que la régularité au sens [LB], la régularité au sens [LB′], qu'on va définir tout de suite, la dite équivalence est aisée à obtenir.

DÉFINITION 3.2. (*Régularité au sens* [LB′]). On dit qu'*un* point $\Xi \in \partial d$ est *régulier* ($\mathfrak{L}u=0$) *pour* d *au sens* [LB′], lorsque et seulement lorsqu il existe une hypersphère ouverte Σ centrée sur Ξ et une fonction $V \in \boldsymbol{C}(\Sigma \cap d)$ remplissant les conditions [2], [3] en haut et celle qui suit:

[1′] $\liminf\limits_{\substack{x \to s \\ (x \in \Sigma \cap d)}} V(x)>0$

quel que soit $s \in \partial(\Sigma \cap d)$ *excepté* $s=\Xi$.

THÉORÈME 6. *Si un point* $\Xi \in \partial d$ *est régulier* ($\mathfrak{L}u=0$) *pour* d *au sens* [LB′], *il est en même temps régulier* ($\mathfrak{L}u=0$) *pour* d; *et*