44. *Sur les transformations intégrales dans les espaces homogènes*

Par Mitsuo MORIMOTO
Département de Mathématiques, Université de Tokio

(Comm. by Zyoiti SUETUNA, M.J.A., March 12, 1966)

On montrera dans cette note des résultats analogues à ceux de Gelfand-Graev [1] et Helgason [3] sur les «horocycles» et la «transformation de Radon» dans les espaces symétriques dans un cadre plus général.*)

§1. **Les «horocycles» et la «transformation de Radon».** G désignera un groupe de Lie semi-simple connexe à centre fini de type non-compact et K un sous-groupe compact maximal, d'algèbres de Lie $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{k}$ [6, 7]. Fixons un sous-espace abélien maximal $\mathfrak{a}$ dans le complément orthogonal $\mathfrak{p}$ de $\mathfrak{k}$ dans $\mathfrak{g}$ par rapport à la forme de Killing. Une forme linéaire $\lambda(\neq 0)$ sur l'espace $\mathfrak{a}$ s'appellera une *racine* (*restreinte*) si le sous-espace $\mathfrak{g}_\lambda$ n'est pas trivial, où $\mathfrak{g}_\lambda=\{X\in\mathfrak{g}; [H, X]=\lambda(H)X$ pour tout $H\in\mathfrak{a}\}$. Un ordre lexicographique étant fixé une fois pour toutes sur l'espace dual de $\mathfrak{a}$, on désignera par Σ^+ l'ensemble des racines positives. Plus généralement, pour un sous-ensemble E du système fondamental F des racines, on notera $\Delta^+(E)$ l'ensemble des racines positives qui sont des combinaisons linéaires des éléments de E, et $\Sigma^+(E)$ le complément de $\Delta^+(E)$ dans Σ^+. Soient $\mathfrak{n}(E)=\Sigma\mathfrak{g}_\lambda\ (\lambda\in\Sigma^+(E))$, $\mathfrak{n}_1(E)=\Sigma\mathfrak{g}_\lambda\ (\lambda\in\Delta^+(E))$, $\mathfrak{a}'(E)=\{H\in\mathfrak{a}, \lambda(H)=0$ pour tout $\lambda\in E\}$ et $\mathfrak{a}(E)=\mathfrak{a}\ominus\mathfrak{a}'(E)$ (le complément orthogonal). Alors $\mathfrak{n}(E)$ et $\mathfrak{n}_1(E)$ sont des sous-algèbres nilpotentes de $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{n}(E)$ est un idéal de $\mathfrak{n}=\mathfrak{n}(\phi)=\mathfrak{n}(E)+\mathfrak{n}_1(E)$. Soient $B(E)$ le normalisateur de $\mathfrak{n}(E)$ dans G et $M(E)$ le centralisateur de $\mathfrak{a}'(E)$ dans K. On notera $\mathfrak{g}(E)$ la sous-algèbre semi-simple de $\mathfrak{g}$ engendrée par $\mathfrak{a}(E)+\Sigma(\mathfrak{g}_\lambda+\mathfrak{g}_{-\lambda})\ (\lambda\in\Delta^+(E))$, $\mathfrak{k}(E)=\mathfrak{k}\cap\mathfrak{g}(E)$ une sous-algèbre compacte maximale de $\mathfrak{g}(E)$. Alors $\mathfrak{g}(E)=\mathfrak{k}(E)+\mathfrak{a}(E)+\mathfrak{n}_1(E)$ est une décomposition d'Iwasawa de $\mathfrak{g}(E)$. Soit A (resp. $A'(E)$, $A(E)$, N, $N(E)$, $N_1(E)$, $G(E)$) le sous-groupe analytique de G correspondant à la sous-algèbre de Lie $\mathfrak{a}$ (resp. $\mathfrak{a}'(E)$, $\mathfrak{a}(E)$, $\mathfrak{n}$, $\mathfrak{n}(E)$, $\mathfrak{n}_1(E)$, $\mathfrak{g}(E)$).

Une $N(E)$-sphère ou le «horocycle» généralisé dans l'espace symétrique G/K est, par définition, un orbite d'un sous-groupe de G conjugué au sous-groupe $N(E)$, c'est-à-dire un ensemble de la forme $xN(E)x^{-1}p=\{xnx^{-1}p; n\in N(E)\}$ où $x\in G$ et $p\in G/K$. On désignera par $S(G/K, N(E))$ l'ensemble des $N(E)$-sphères dans G/K:

*) L'exposé détaillé avec démonstrations paraîtra dans le «Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo».