109. *Sur le produit des espaces rangés. I*

Par Yukio YOSHIDA
Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., May 12, 1966)

Considérons une famille $\{R_\xi \mid \xi \in \Xi\}$ non-vide d'espaces rangés[1] dont les indicateurs sont tout égales à un nombre ordinal ω, et qui satisfont aux axioms (A) et (B) de M. Hausdorff, et à l'axiom (b) de Prof. K. Kunugi.[1]

Dans l'ensemble produit $R=\prod_{\xi\in\Xi} R_\xi$ nous disons qu'une partie E de R est normale lorsqu'elle est l'ensemble produit des parties E_ξ de $R_\xi(\xi \in \Xi)$.

§ 1. Espace $\langle R, \rho_1\rangle$. Sur l'ensemble produit R, prenons pour la base de la topologie la totalité des ensembles produits

$$E=\prod_{\xi\in\Xi} E_\xi$$

tels qu'il existe un sous ensemble Ξ_1 de Ξ (dépendant de E) dont la puissance est inférieur à celle du nombre ω, et que

$$E_\xi=\begin{cases}\text{un voisinage d'un point de } R_\xi & \text{lorsque } \xi \in \Xi_1 \\ R_\xi & \quad \text{"} \quad \xi \notin \Xi_1.\end{cases}$$

Alors l'espace R devient un espace topologique satisfaisant aux axioms (A) et (B).

Sur l'espace R, prenons pour voisinages de rang α $(0\leq\alpha<\omega)$ d'un point x quelconque de R tous voisinages normals de x dont chaqu'un est transformé par la projection $p_\xi : R\rightarrow R_\xi$ ou, pour au moins un indice ξ, sur un voisinage de rang α du point $p_\xi(x)$ dans R_ξ, ou sur R_ξ.

Si tous espaces rangés R_ξ satisfont aussi à l'axiom (c),[2] alors, R devient un espace rangé dont l'indicateur est ω, et qui satisfait aux axioms (b) et (c). Nous le désignons par $\langle R=\prod R_\xi, \rho_1\rangle$ ou brièvement par $\langle R, \rho_1\rangle$.

Dans l'espace rangé $\langle R, \rho_1\rangle$, pour tout $\xi \in \Xi$ et pour tout voisinage $v(x^{(\xi)})$ de rang α d'un point $x^{(\xi)}$ quelconque de R_ξ, $p_\xi^{-1}(v(x^{(\xi)}))$ est un

---

1) K. Kunugi: Sur la méthode des espaces rangés. I. Proc. Japan Acad., **42**, 318-322 (1966).

2) Nous disons qu'un espace rangé S satisfait à l'axiom (c) lorsque pour tous deux voisinages $u(x)$ de rang α et $v(x)$ de rang β d'un point x quelconque de S tels que l'on a

$$u(x)\supseteqq v(x) \text{ et } \alpha<\beta$$

il existe, pour tout nombre ordinal $\gamma(\alpha<\gamma<\beta)$, au moins un voisinage $w(x)$ de rang γ du point x tel que l'on a

$$u(x)\supseteqq w(x)\supseteqq v(x).$$