68. *Remarque sur les noyaux de convolution associé à résolvante*

Par Masayuki Itô
Institut Mathématique d'Université de Nagoya

(Comm. by Kinjirô Kunugi, M. J. A., March 12, 1971)

1. Introduction et préliminaires. Soit X un groupe abélien localement compact, et désignons par dx sa mesure de Haar. Rappelons qu'un noyau de convolution N sur X est une mesure de Radon positive dans X. On note C_K l'espace des fonctions numériques, continues dans X, à support compact, et muni de la topologie usuelle. Son sous-ensemble des fonctions non-négatives est désigné par C_K^+. Pour une fonction f de C_K, le potentiel de f par rapport au noyau N est la convolution $N*f$.

On dit que N satisfait au principe de domination (resp. au principe complet du maximum) si, quelles que soient f et g de $C_K^+, N*f(x)\leqq N*g(x)$ (resp. $N*f(x)\leqq N*g(x)+1$) est satisfaite partout sur X dès qu'elle l'est sur le support $S(f)$ de f.

Il est bien connu que le principe de domination pour N a très proche relation avec l'existence de la résolvante $(N_p)_{p\geqq 0}$ telle que $N_0=N$. Rappelons qu'une résolvante (N_p) est une famille des noyaux de convolution sur X et qui satisfait à la condition suivante:

Quels que soient $p>0$ et $q\geqq 0$, la convolution N_p*N_q a un sens et on a

$$N_p-N_q=(q-p)N_p*N_q. \tag{1}$$

On connaît aussi que, pour un noyau de convolution N sur X, s'il existe une résolvante $(N_p)_{p\geqq 0}$ avec $N_0=N$, elle est unique, et on dit ici que N est un noyau de convolution associé à résolvante. Ce noyau satisfait au principe de domination.

On dit finalement qu'une résolvante $(N_p)_{p\geqq 0}$ est sous-markovienne si, quel que soit $p>0, p\int dN_p\leqq 1$. La sous-markovité de (N_p) est équivalente au principe complet du maximum pour N_0.

Théorème I. *Soient N et $(N_p)_{p\geqq 0}$ un noyau de convolution associé à résolvante et la résolvante avec $N_0=N$, alors les trois énoncés suivants sont équivalents:*

(a) *N satisfait au principe complet du maximum.*

(b) *Quel que soit $p>0, N_p*\check{N}_p$ a un sens.*

(c) *N est de type positif.*