67. *Une remarque sur la régularité des solutions des problèmes aux limites généraux du type elliptique dégénéré*[*)]

Par Norio SHIMAKURA

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., March 12, 1971)

§ 1. **Introduction.** Comme mon travail précédent [4], le présent article a été motivé par la collaboration de MM. Baouendi et Goulaouic [1], où ils ont démontré l'hypoellipticité de certains opérateurs du second ordre, elliptiques et dégénérés à la frontière. M. Zuilly a généralisé leur résultat à des opérateurs aussi du second ordre mais de dégénéressance d'ordre supérieur [6]. Les opérateurs traités dans [1] et [6] étaient tous auto-adjoints positifs. Je vais maintenant considérer des opérateurs pas nécessairement auto-adjoints, sous certaines conditions aux limites générales. Et, je vais chercher de restrictions sur les parties principales des opérateurs pour qu'ils soient hypoelliptiques. Le Théorème énoncé dans le § 2 ne recouvre pas les résultats de [1] et [6]. Mais, voici une autre méthode que la régularisation elliptique.

§ 2. **Problèmes aux limites généraux.** Soit Ω un ouvert borné de $\boldsymbol{R}^n$ à frontière S de classe C^∞, supposons que Ω soit situé localement à un seul côté de S. Considérons dans Ω un opérateur différentiel L d'ordre m:

$$L(x\,;D_x)u(x)=\sum_{h=0}^{k}P^h(x\,;D_x)(\varphi(x)^{k-h}u(x)), \tag{1}$$

où $\varphi(x)$ est une fonction de classe $C^\infty(\bar{\Omega})$, positive dans Ω, nulle partout sur S telle que grad. $\varphi(x)$ ne s'annule jamais sur S. Pour fixer les idées, supposons qu'il existe un $\delta>0$ tel que

$$\varphi(x)=\text{dis.}\,(x,S),\ \text{si dis.}\,(x,S)\leqq\delta. \tag{2}$$

Les $P^h(x\,;D_x)(0\leqq h\leqq k)$ sont des opérateurs différentiels d'ordre $\leqq(m-h)$ à coefficients de classe $C^\infty(\bar{\Omega})$, et en particulier, $P^0(x\,;D_x)$ est proprement elliptique d'ordre m uniformément sur $\bar{\Omega}$. Les m et k sont deux entiers satisfaisant à

$$0<k\leqq m=2b \text{ avec } b:\text{ entier}\geqq 1. \tag{3}$$

L devient une application linéaire continue de $W_k^m(\Omega)$ dans $L^2(\Omega)$, où $W_k^m(\Omega)$ est l'espace de Sobolev avec poids

$$W_k^m(\Omega)=\{u(x)\in H^{m-k}(\Omega)\,;\varphi(x)^k u(x)\in H^m(\Omega)\}. \tag{4}$$

Soit $\delta>0$ suffisamment petit. Pour un point x quelconque de $U=\{x\in\bar{\Omega}\,;$ dis. $(x,S)\leqq\delta\}$, posons $t=$dis. (x,S) et désignons par x' le seul point de

*) Ce travail a été partiellement supporté par une bourse du Sakkokaï.