79. *Structure du groupe des similitudes orthogonales (Caractéristique $\neq 2$)*

Par Akiko YOSHIOKA
Université de la Préfecture d'Osaka

(Comm. by Kenjiro SHODA, M. J. A., June 2, 1972)

1. Le but de cette note est de montrer que les résultats correspondant à ceux obtenus dans le cas de caractéristique 2 [1] subsistent aussi dans le cas de caractéristique $\neq 2$.[1)]

Dans tout ce qui suit, nous conserverons les notions et les notations dans le texte de J. Dieudonné [2]. Soient K un corps commutatif de caractéristique $\neq 2$, E un espace vectoriel à droite de dimension n sur K. Soient f une forme bilinéaire symétrique sur $E \times E$, Q une forme quadratique non dégénérée, associée à f. Désignons par $O_n(K, Q)$ et $GO_n(K, Q)$ le groupe orthogonal et le groupe des similitudes orthogonales. Remarquons que la condition $Q(u(x)) = x\mu_u$, $\mu_u \in K^*$, $u \in GO_n(K, Q)$ équivaut à celle qu'on ait $f(u(x), u(y)) = f(x, y)\mu_u$, pour tout x, y de E, où μ_u est appelé le multiplicateur de u. En prenant les discriminants de ces deux membres, il vient $(det\, u)^2 = \mu_u^n$; si n est impair, μ_u est un élément carré dans K^*, et u peut être écrit $u = h_{\mu_u} u'$, où h_{μ_u} est l'homothétie associée à μ_u et où u' est un élément dans $O_n(K, Q)$; c'est-à-dire, $GO_n(K, Q)$ est produit direct de $O_n(K, Q)$ et du groupe des homothéties H, ce dernier est évidemment isomorphe à K^*. Au contraire, si n est pair, à moins que les multiplicateurs de tous les éléments de $GO_n(K, Q)$ ne soient carrés dans $K^*, GO_n(K, Q)$ n'est pas produit direct de $O_n(K, Q)$ et de H. Pour cette raison, nous limitons notre étude dans le cas où n est pair: $n = 2m$. Nous designons par H_x l'hyperplan orthogonal à un vecteur x dans E et par h_a l'homothétie associée à un élément a de K^*.

Notons d'abord que le lemme 1 dans [1] est valable si l' on remplace partout l'adjectif "singulier" par "isotrope", et que le lemme 3 dans [1] est aussi valable pour le groupe $GO_n(K, Q)$.

2. Dans tout ce numéro, supposons que l'indice ν de Q soit non nul. En choisissant convenablement des symétries orthogonales au lieu des transvections orthogonales, on peut démontrer les propositions 1 et 2 qui correspondent à celles exposées dans [1].

Proposition 1. *Pour tout u de $GO_{2m}(K, Q)$, il existe un vecteur*

1) On demande souvent si le procédé et les résultats dans [1] sont applicables au cas de caractéristique $\neq 2$. Voici la réponse.