

123. Equations aux différences linéaires et les intégrales des fonctions multiformes. II

Évanouissement des hypercohomologies et exemples

Par Kazuhiko AOMOTO

Collège d'éducation générale Université de Tokyo

(Comm. by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., Oct. 12, 1974)

1. Soient P_j ($1 \leq j \leq m$) polynômes irréductibles de degré l_j et S_j les hypersurfaces algébriques : $P_j(x) = 0$ dans l'espace affine C^n respectivement. On désigne par S la réunion de $S_j := \bigcup_1^m S_j$. Soit ω la forme rationnelle de l'expression suivante : $= \sum_1^m \lambda_j dP_j / P_j$ qui donne une connexion de Gauss-Manin sur $M = C^n - S$ définissant l'hypercohomologie $H^*(M, \Omega^*(S))$ du complexe de De Rham $\Omega^*(S)$ comme suit :

$$(1,1) \quad \longrightarrow \Omega^p(S) \xrightarrow{V_\omega} \Omega^{p+1}(S) \longrightarrow$$

par la dérivée covariante $V_\omega \varphi : d\varphi + d\omega \wedge \varphi$, où $\varphi \in \Omega^p(S)$. Ici $\Omega^p(S)$ désigne l'ensemble de p -formes rationnelles dont les supports polaires sont tous contenus dans S . On désigne par $\tilde{\Omega}^p = \bigwedge^p C[x]$ le $C[x]$ -module de p -formes à coefficients polynômiaux. On note par $H(\quad)$ la homogénéisation canonique d'un module ou d'un polynôme de $C[x]$ dans $C[x_0, x_1, \dots, x_n]$. Posons la condition suivante pour les polynômes P_j :

(H,1,1) Soient Q_1, Q_2, \dots, Q_r r polynômes différents quelconques d'entre les P_j . Alors le module homogène $H(dQ_1 \wedge dQ_2 \wedge \dots \wedge dQ_r \wedge dx_j \wedge dx_{j+1} \wedge \dots \wedge dx_n, Q_1, \dots, Q_s)$ est de hauteur $s + j - r$ dans $H(\tilde{\Omega}^n)$ isomorphe à $C[x_0, x_1, \dots, x_n]$ pour $r \leq n, 0 \leq s \leq r$ et $r + 1 \leq j \leq n + 1$.

On désigne par \bar{P} la partie homogène de degré maximal d'un polynôme P . Posons la condition suivante pour les \bar{P} :

(H,1,2) Le module homogène $(d\bar{Q}_1 \wedge d\bar{Q}_2 \wedge \dots \wedge d\bar{Q}_r \wedge dx_j \wedge dx_{j+1} \wedge \dots \wedge dx_n, \bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \dots, \bar{Q}_s)$ est de hauteur $s + j - r$ dans $\tilde{\Omega}^n$ isomorphe à $C[x]$ pour $r \leq n - 1, r + 1 \leq j \leq n$ et $0 \leq s \leq r$.

On désigne par $\hat{\Omega}^\cdot$ le sous-complexe de $\Omega^\cdot(S)$ se composant de formes $\varphi \in \hat{\Omega}^\cdot$ telles que $V_\omega(\varphi) \in \hat{\Omega}^\cdot$. Soit ι l'inclusion $\hat{\Omega}^\cdot \rightarrow \Omega^\cdot(S)$. Alors on a

Théorème 1,1. Aux hypothèses (H,1,1) et (H,1,2) l'homomorphisme naturel des hypercohomologies de De Rham par l'inclusion :

$$(1,2) \quad \iota : H^p(M, \hat{\Omega}^\cdot) \rightarrow H^p(M, \Omega^\cdot(S))$$

est l'isomorphisme pourvu que $\lambda \in C^n - Z_+^n$ et $p \neq n$. De même on a l'isomorphisme sur $C(\lambda)$:

$$(1,3) \quad \iota : H^p(M, \hat{\Omega}^\cdot \otimes C(\lambda)) \simeq H^p(M, \Omega^\cdot(S) \otimes C(\lambda))$$

pourvu que $p \neq n$.