135. Über das Verhalten der Folge der Integralsysteme von gewöhnlichen Differentialgleichungen.

By Mitio NAGUMO.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.

(Rec. Sept. 19, 1928. Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Oct. 2, 1928.)

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung des Verhaltens der Folge der Integralsysteme von gewöhnlichen Differentialgleichungen in normaler Form

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i\left\{t, x_1, \ldots, x_k, \overset{n}{\varphi}_1(t), \ldots, \overset{n}{\varphi}_\lambda(t)\right\} \quad (i=1, 2, \ldots, k),$$

wobei die Konvergenz der Folge der Integrale von Funktionensystemen $\{\overset{n}{\varphi}_1(t), \ldots, \overset{n}{\varphi}_\lambda(t)\}$ vorausgesetzt wird. Dabei ist die Stetigkeit der Funktionen nicht notwendig vorausgesetzt. Hier verstehen wir unter Integralsystemen dieser Differentialgleichungen mit den Anfangsbedingungen $x_i(t_0)=\xi'_i$ die Funktionensysteme $\{x_1(t), \ldots, x_k(t)\}$, die den Gleichungssystemen

$$x_i(t)=\xi'_i+\int_{t_0}^{t} f_i\left\{t, x_1(t), \ldots, x_k(t), \overset{n}{\varphi}_1(t), \ldots, \overset{n}{\varphi}_\lambda(t)\right\}dt \quad (i=1, 2, \ldots, k)$$

genügen, wobei die Integrale im Sinne von de la Vallée-Poussin verstanden werden. Dann erhalten wir die folgenden Sätze, deren Beweise in „Japanese Journal of Mathematics" erscheinen werden. Der Kürze halber bezeichnen wir mit $\overline{B}$ den Bereich $a \leqq t \leqq b$, $|x_i-\xi_i| \leqq l$, $-\infty < \varphi_\mu < \infty$ und mit B den Bereich $a \leqq t \leqq b$, $|x_i-\xi_i| \leqq l$.

I. Die Funktionen $F_i\{t, x_1, \ldots, x_k, \varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda\}$ und ihre partiellen Ableitungen $\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_\mu}$ und $\frac{\partial^2 F_i}{\partial \varphi_\mu \partial \varphi_\nu}$ $(\mu, \nu=1, \ldots, \lambda)$ seien in $\overline{B}$ stetig. F_i genügen auch für $|\varphi_\mu| \leqq h$ in B der Lipschitzbedingung

$$\left|F_i\left\{t, x_1^*, \ldots, x_k^*, \varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda\right\}-F_i\left\{t, x_1, \ldots, x_k, \varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda\right\}\right|$$
$$\leqq K_h \sum_{j=1}^{k}\left|x_j^*-x_j\right|,$$

wobei K_h nur von h abhängige Konstante bedeutet. Es seien $\overset{n}{x}_i(t)$ und