# 134. *Sur les Systèmes des Équations Différentielles Ordinaires.*

By Masuo FUKUHARA.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.

(Rec. Sept. 17, 1928. Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Oct. 2, 1928.)

Il s'agit de montrer, dans la suite, que quelques modifications de la méthode de Cauchy nous permettent d'obtenir des propriétés remarquables relatives à l'ensemble des courbes intégrales des équations différentielles.

Considérons, pour fixer les idées, deux équations simultanées

$$(1) \qquad y'=f(x, y, z), \qquad z'=g(x, y, z),$$

$f$ et $g$ étant deux fonctions continues dans le domaine $D$: $0 \leqq x \leqq a$, $|y| \leqq b$, $|z| \leqq b$. Soit $M$ une limite supérieure de $|f|$ et de $|g|$ dans le domaine $D$. Soit $a'$ le plus petit des deux nombres $a, \frac{b}{M}$. Intercalons entre 0 et $a'$ une suite des nombres croissants :

$$(\mathrm{I}) \qquad x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{n-1}.$$

Soit $L$ une ligne polygonale possédant les propriétés suivantes. 1) $L$ passe par l'origine $O$. 2) Les sommets de $L$ sont sur les plans $x=x_i$ ($i=1, 2, \ldots\ldots$). Soient $P_i(x_i, y_i, z_i)$ ces sommets, et soient $\mu_i$, $\nu_i$ les coefficients angulaires des segments droits $\overline{P_{i-1}P_i}$. 3) $\mu_i$ est un nombre entre le maximum $M_i$ et le minimum $m_i$ de $f$ dans le domaine $D_i$: $x_{i-1} \leqq x \leqq x_i$, $|y-y_{i-1}| \leqq M(x_i-x_{i-1})$, $|z-z_{i-1}| \leqq M(x_i-x_{i-1})$ et $\nu_i$ un nombre entre le maximum $N_i$ et le minimum $n_i$ de $g$ dans le domaine $D_i$. L'ensemble de toutes les lignes $L$ remplit une région de l'espace, $R$. Subdivisions chaque intervalle partiel de la division (I) en intervalles plus petits. On aura une région analogue, $R'$, correspondant à la nouvelle division (I'). En continuant ainsi, on obtiendra une suite indéfinie des régions: $R, R', R'', \ldots\ldots$ Il est clair que l'une quelconque de ces régions est une région partielle des précédentes. Soit $\overline{R}$ l'ensemble des points appartenant à tous les $R^{(i)}$. Soient $E^{(i)}(\xi)$ les sections des $R^{(i)}$ par le plan $x=\xi$ et $\overline{E}(\xi)$ la section de $\overline{R}$ par le plan $x=\xi$, $\xi$ étant un nombre quelconque entre 0 et $a'$. $\overline{E}(\xi)$ est évidemment l'ensemble limite des ensembles $E^{(i)}(\xi)$ pour $i$ infini. On voit facilement que les ensembles $E^{(i)}(\xi)$ sont continus (c'est-à-dire fermés et bien enchaînés). Par suite, $\overline{E}(\xi)$ est aussi continu. D'autre part, en voit que la région